

統計學W3

第一題

常態分佈配適度檢定數據解析

1(a) 檢定假設與樣本統計



統計假設設定

H₀: 成績分佈服從常態分佈。

H₁: 成績分佈不服從常態分佈。

檢定水準： $\alpha = 0.05$

平均值 $\bar{x} = 72.50$, $s = 10.50$



樣本參數摘要 (n=40)

根據數據分組結果：

- 組別數量 (k): 6 組
- 待估計參數: 2 個 (μ, σ)
- 自由度 (df): $6 - 1 - 2 = 3$

題目一：常態分配適合度檢定 (Normality Test)

情境：某校老師想檢定學生段考成績是否符合常態分配 $N(70, 10^2)$ (平均數 $\mu = 70$ ，標準差 $\sigma = 10$)。隨機抽取 100 位學生的成績，觀察結果如下：

分數區間	觀察次數 (f_i)
60分以下	12
60(含) ~ 70分	42
70(含) ~ 80分	35
80分(含)以上	11
總計	100

問題：

1. 請根據常態分配 $N(70, 10^2)$ 計算這四個組別的預期機率與預期次數 (e_i)。
2. 計算卡方檢定統計量 χ^2 。
3. 在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，已知 $df = 3$ 的臨界值為 7.815，結論為何？

1(b) 配適度檢定數據明細表

成績區間	觀測次數 (O_i)	期望次數 (E_i)	累積P	分量 $(O_i - E_i)^2 / E_i$
49 以下	2	0.648	0.0162	2.821
50 - 59	6	4.032	0.1170	0.961
60 - 69	11	11.528	0.4052	0.0024
70 - 79	9	14.236	0.7611	1.926
80 - 89	10	7.656	0.9525	0.718
90 以上	2	1.9	1.0000	0.005
總計	40	40.00	X	6.455

1(b) 計算檢定統計量與臨界值

6.455

檢定統計量 (χ^2)

7.815

臨界值 $\chi^2_{0.05}(3)$

1(c) & (d) 檢定結果與統計結論

1(c) 臨界值判定：

在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，查表得臨界值為 6.455。

1(d) 統計結論：

由於檢定統計量 $6.455 < 7.815$ ，統計量未落入拒絕域。

決策：不拒絕虛無假設 (Fail to Reject H_0)

足以認為期末考試成績符合教授預期的常態分佈。

第三題

獨立性檢定

3(a) 聯列表數據彙整 (n=240)

主修 / 產業	石油 (Oil)	化學 (Chem)	電機 (Elec)	電腦 (Comp)	總計
Business	25	20	25	50	120
Engineering	35	40	15	30	120
總計	60	60	40	80	240

檢定目標：檢定學生的主修 (Degree Major) 與其選擇的產業 (Industry) 是否相互獨立。

3(b) 檢定結果分析與總結

統計參數：

- χ^2 檢定值: **15.833**
- $\alpha = 0.01$ 臨界值: **11.345**

決策：拒絕獨立假設 (Reject H_0)

結果顯示學位主修與產業類型之間存在顯著的**相關性**。

統計檢定注意事項

- ✓ 自由度的正確計算：配適度檢定中，若均數與標準差為樣本估計，df 需再減去 2。
- ✓ 期望次數限制：若期望次數 E_i 小於 5，通常建議合併鄰近組別以維持檢定效力。

CRD 核心原理

CRD 是最基礎的實驗設計，將實驗單位完全隨機化分配到各處理組中。

 **隨機化**：消除系統性偏差。

 **適用性**：實驗單位須具備高度同質性。

 **分析法**：通常採用單因子方差分析 (One-way ANOVA)。

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

實驗觀測值模型

1. Y_{ij} ：接受第 i 種處理的第 j 個實驗單位的觀測結果。
2. μ ：總平均效應（所有實驗單位的基底表現）。
3. τ_i ：處理效應（第 i 種藥物、肥料或設計所帶來的額外影響）。
4. ϵ_{ij} ：隨機誤差（無法控制的個體差異或測量誤差）。

ϵ_{ij}

- **獨立性 (Independence)**: 每個單位的誤差互不影響。
- **常態性 (Normality)**: 誤差服從常態分布。
- **變異數齊性 (Homogeneity of Variance)**: 各組處理下的誤差波動程度(方差)應該是一致的。

範例一：農業 — 不同肥料對產量的影響



實驗設定

將 15 塊同質土地隨機分配給 A、B、C 三種肥料處理組
(每組 5 塊)。

肥料 A (傳統)

15.2 kg

肥料 B (有機)

18.5 kg

肥料 C (複合)

12.8 kg

*數據顯示肥料 B 在完全隨機分配下表現最優。

範例二：醫藥 — 藥物劑量對血壓的降低

臨床測試設計

隨機挑選 30 位受試者，隨機分為三組接受不同處理。

第一組：安慰劑 (Placebo)

第二組：10mg 新藥

第三組：20mg 新藥

主要指標：收縮壓平均降低幅度 (mmHg)。



範例三：科技 — 網頁設計與轉化率



A/B/C 測試分析

將 3,000 名隨機訪客完全隨機引導至三種不同風格的頁面：

設計風格	觀察人數	轉化率 (%)
現代風 (Modern)	1,000	8.5%
復古風 (Retro)	1,000	6.2%
極簡風 (Minimal)	1,000	10.4%

ANOVA 檢定結果顯示設計風格對轉化率具有顯著影響。

實務應用建議

何時使用 CRD？

當你的實驗環境極度可控（如實驗室、工廠、控制良好的網頁流量）且實驗對象沒有明顯的分組特徵時，CRD 是最高效的選擇。

注意事項

若發現實驗對象有明顯背景差異（如年齡、性別、土壤質量），應改用「隨機區組設計 (RCBD)」來減少誤差。