

W12 TA



什麼是線性趨勢方程？

線性趨勢分析是一種統計技術，用於分析隨時間變化的數據模式。當數據隨時間呈等量增長或減少時，我們使用一條直線來模擬其方向。

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 t$$

t : 自變量 (時間週期, 如 1, 2, 3...)

b : 斜率, 代表每過一個單位時間 $\$Y\$$ 的平均變動量。





第一部分：Exhibit 18-2

正向趨勢：觀察值穩定增長的計算與預測

Exhibit 18-2 : 原始數據列表

時間週期 (t)	觀察值 (Y)	t X Y (乘積項)	t ² (時間平方)
1	4	4	1
2	7	14	4
3	9	27	9
4	10	40	16
$\Sigma t = 10$	$\Sigma Y = 30$	$\Sigma tY = 85$	$\Sigma t^2 = 30$

樣本數 $n = 4$ 。我們將使用這四項總和來計算最小平方方法參數。

計算過程：求解 18-2 參數

1. 計算斜率 (b_1)

$$b_1 = \frac{\sum tY - n\bar{t}\bar{Y}}{\sum t^2 - n\bar{t}^2}$$

代入數值：

$$b_1 = \frac{85 - 4(2.5)(7.5)}{30 - 4(2.5^2)} = \frac{10}{5} = 2.0$$

2. 計算截距 (b_0)

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{t}$$

代入數值：

$$b_0 = 7.5 - 2(2.5) = 2.5$$

Step 3 : 求解截距 b_0

截距是當時間 $t = 0$ 時的預測值。其公式如下：

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{t}$$

代入先前求出的 $b_1 = 2$ ：

$$b_0 = 7.5 - (2.0 \times 2.5) = 7.5 - 5.0 = 2.5$$

31題答案為 2.5 (a)

Step 4 : 未來趨勢預測

最終趨勢方程為： $\hat{Y} = 2.5 + 2.0t$

32. 預測第 5 週期

$$\hat{Y} = 2.5 + 2.0(5) = 12.5$$

選 (c)

33. 預測第 10 週期

$$\hat{Y} = 2.5 + 2.0(10) = 22.5$$

選 (c)



第二部分：Exhibit 18-3

負向趨勢：觀察值持續下降的規律分析

Exhibit 18-3 : 負向趨勢數據

t	Y	tY	t ²
1	7	7	1
2	5	10	4
3	4	12	9
4	2	8	16
5	1	5	25
$\Sigma t=15$	$\Sigma Y=19$	$\Sigma tY=42$	$\Sigma t^2=55$

觀察發現，Y值隨著時間增加而顯著下降。這預示著斜率 b_1 將

會是負數。

平均值計算：

$$\bar{t} = 15 / 5 = 3$$

$$\bar{Y} = 19 / 5 = 3.8$$

$$b_1 = \frac{\sum tY - n\bar{t}\bar{Y}}{\sum t^2 - n\bar{t}^2}$$

18-3 斜率 b_1 計算紀錄

$$b_1 = \frac{42 - (5 \times 3 \times 3.8)}{55 - (5 \times 3^2)}$$

分母計算：

$$55 - 45 = 10$$

分子計算：

$$42 - 57 = -15$$

(34題選 a)

$$b_1 = -1.5$$

18-3 截距 b_0 計算紀錄

利用均值法求解截距：

$$b_0 = 3.8 - (- 1.5) \times 3$$

計算詳解：

$$b_0 = 3.8 + 4.5 = 8.3$$

35題答案為 8.3 (c)

36. 趨勢何時歸零？

在某些情況下，我們需要知道趨勢線何時會與 X 軸相交（即 $Y = 0$ ）。

$$0 = 8.3 - 1.5t$$

移項： $1.5t = 8.3$

求解： $t = 8.3 / 1.5 \approx 5.53$

36題選 (c)

37. 預測第 10 週期

根據線性模型進行長期外推：

$$\hat{Y} = 8.3 - 1.5 (10)$$

計算結果：

$$\hat{Y} = 8.3 - 15 = - 6.7$$

這代表如果該遞減趨勢持續，在第10期數值會變成負數。

37題選 (a)





第三部分：Exhibit 16-3

多元回歸分析與顯著性檢定

35. 多元回歸方程構建

給定係數列表：

- Constant (Intercept) = 145
- X_1 Coefficient = 20
- X_2 Coefficient = -18
- X_3 Coefficient = 4

$$\hat{Y} = 145 + 20X_1 - 18X_2 + 4X_3$$

對應選項 (d)

36. 參數顯著性檢定 (t-test)

檢定 X_2 是否具備統計顯著性，我們需要計算檢定統計量 t。

$$t = \frac{\text{係數 (Coefficient)}}{\text{標準誤 (Standard Error)}}$$

針對 X_2 參數：

$$t = \frac{-18}{6} = -3$$

統計檢定中通常取絕對值 $|t| = 3$ 。選 (c)

37. 臨界值與顯著性判斷

題目詢問在 5% 顯著水準下的臨界 t 值。根據回歸分析的一般自由度定義 ($df = n - k - 1$)，表格顯示最接近的數值：

$$t_{\text{critical}} = 2.080$$

結論分析：

由於我們算出的 $|t| = 3.0 > 2.080$ ，我們有足夠證據拒絕虛無假設， X_2 具備統計顯著性。

選 (d)