



# 11/27統計學實習課

114-1統計學實習課



# 第三次小考複習—區間估計

114-1統計學實習課

# 題目 1：母體平均數 $\mu$ 的 95% 信賴區間 ( $\sigma$ 已知)

某線上零售商想估計「顧客單次購物金額」的母體平均值。根據多年歷史資料，該零售商可合理假設母體標準差為  $\sigma = 15$  美元。研究人員從母體中抽取了  $n = 64$  位顧客，樣本平均數為  $\bar{x} = 58.4$  dollars  
請建立  $\mu$  的 95% 信賴區間。

## 解答 1：

$$\text{標準誤 } SE = 15 / \sqrt{64} = 1.875$$

$$\text{誤差 } E = 1.96 \times 1.875 = 3.675$$

$$\text{信賴區間} = 58.4 \pm 3.675$$

$$(54.725, 62.075)$$

## 題目 2：母體平均數 $\mu$ 的 99% 信賴區間 ( $\sigma$ 未知，t 估計)

某系所想估計學生每天花在讀書上的平均時間 (單位：小時)。研究者抽取  $n = 25$  名學生，得到：

- 樣本平均數： $\bar{x} = 3.2$  小時
- 樣本標準差： $s = 0.9$  小時

請建立 99% 信賴區間。

### 解答 2：

$$df = 24, t_{0.005} = 2.797$$

$$SE = 0.9 / \sqrt{25} = 0.18$$

$$E = 2.797 \times 0.18 = 0.5035$$

$$\text{信賴區間} = 3.2 \pm 0.5035$$

$$(2.6965, 3.7035)$$

## 題目 3：估計 $\mu$ 所需最小樣本數 ( $\sigma$ 已知)

旅館業者想估計旅客入住一晚的花費平均數  $\mu$ ，希望 95% 信賴區間的誤差不超過 2.5 美元。

過去資料顯示母體標準差約為  $\sigma = 12$  美元。

請問至少需要抽多少樣本？

### 解答 3：

$$n = (z\sigma / E)^2 = (1.96 \times 12 / 2.5)^2$$

$$= (23.52 / 2.5)^2 = 88.50$$

向上取整  $\rightarrow n = 89$

## 題目 4：母體比例 $p$ 的 90% 信賴區間

一間餐廳想調查顧客對餐點是否滿意。隨機抽取 500 位顧客，其中 365 位表示滿意。

請建立滿意比例  $p$  的 90% 信賴區間。

### 解答 4：

$$\hat{p} = 365/500 = 0.73$$

$$SE = \sqrt{[0.73 \times 0.27 / 500]} = 0.01985$$

$$E = 1.645 \times 0.01985 = 0.0327$$

$$\text{信賴區間} = 0.73 \pm 0.0327$$

$$(0.6973, 0.7627)$$

## 題目 5：估計比例所需樣本數（95%）

某市政府想估計支持交通建設計畫的市民比例  $p$ 。希望在 95% 信賴水準下，誤差不超過  $\pm 0.03$ 。

沒有任何先驗資訊，因此使用最保守的  $p^* = 0.5$ 。

請問至少需要多少樣本？

## 解答 5：

$$\begin{aligned}n &= z^2 p^*(1-p^*) / E^2 \\&= 1.96^2 \times 0.25 / 0.03^2 \\&= 1,067.1 \\&\text{向上取整} \rightarrow n = 1068\end{aligned}$$