

小區域人口推估研究： 臺北市、雲嘉兩縣、澎湖縣的實證分析

陳政勳*
Cheng-Hsun Chen

余清祥**
Jack C. Yue

- * 政治大學統計系碩士
電子信箱：97354015@nccu.edu.tw
電話：0963-304-505
通訊住址：11605 臺北市文山區指南路二段 64 號
- ** 政治大學統計系教授
電子信箱：csyue@nccu.edu.tw
電話：02-2938-7695
通訊住址：11605 臺北市文山區指南路二段 64 號

中文摘要

一個國家的建立與發展與該國人口有關，依各地區人口成長趨勢推動相關政策，方能制定適合當地特性、符合經濟效益的政策。臺灣近年人口老化日益明顯，各縣市老化速度及人口結構不盡相同，若可獲得各地區未來人口相關資訊（亦即人口推估），再根據地區特性規劃需求，減輕未來人口老化對臺灣造成的衝擊。本文即以縣市層級的人口推估，也就是小區域人口推估為目標，希冀提供臺灣各地未來政策規劃的參考。

本文考量的小區域人口推估，使用人口要素變動合成法（Cohort Component Method），加入生育、死亡、遷移三個因素，以臺北市、雲嘉兩縣、澎湖縣三個人口數不同的地區為範例，測試縣市層級的人口推估。對於生育、死亡、遷移三要素的未來數值推估，介紹不同模型，包括 Lee-Carter 模型、區塊拔靴法（Block Bootstrap）、篩網拔靴法（Sieve Bootstrap）以及函數資料分析（Functional Data Analysis）。以估計誤差為衡量標準，比較年齡別死亡率，發現篩網拔靴法、區塊拔靴法、Lee-Carter 模型三者的結果較佳；再將區塊拔靴法用於小區域推估，發現遷移對小區域人口扮演重要的角色，而且三個地區的人口老化速度也不一致，此與全國規模的人口推估結果截然不同。研究也發現人口三要素間是否相關也有影響，在傳統的人口推估通常假設三要素互相獨立，這種假設得出的預測區間遠小於三要素不獨立的結果。

關鍵詞：小區域人口推估、人口老化、人口變動要素合成法、電腦模擬、區塊拔靴法

Abstract

The government can make better policy planning if the future population and its structure can be known in advance. This is especially true for local governments (e.g. county or township level) due to the limiting resources. Like many countries, Taiwan has been experiencing a rapid population aging and the allocation of resources become very important. The aim of this paper is to find an appropriate method for projecting populations of small areas in Taiwan.

First, we use 3 areas (county level) of Taiwan: Taipei City, YunLin & ChiaYi, and PengHu, to explore whether the cohort component method can be used for small area population projection. Also, to decide the future values of birth, death, and migration, we experiment several probabilistic methods, including Lee-Carter model, block bootstrap, sieve bootstrap, and Functional Principal Component Analysis. The block bootstrap is chosen since its simplicity and good accuracy. Combining the block bootstrap with the cohort component, we found migration plays an important role in small area projection, while the birth is more important in country level projection.

Keywords: Small Area Population Projection, Population Aging, Cohort Component Method, Block Bootstrap, Computer Simulation

緒論

國家的政策規劃及資源的有效配置，與未來人口的結構和總數有關，因此行政院經濟建設委員會（以下簡稱「經建會」）每隔二至三年，公佈一次全國的人口推估結果。地方之發展更需要根據各地人口特性，方能根據當地特色，制訂符合經濟效益的政策。然而，各國有關小區域人口推估的研究不多，在臺灣更是罕見，需要發展適合臺灣特性的小區域推估方法，協助各地方政府提高政策規劃的品質。

最近人口相關議題深受媒體關切，又以日益嚴重的少子化以及人口老化最為矚目，因為這些議題不止牽涉個人的生涯規劃，也與國家未來發展息息相關，像是工作年齡人口的老化將影響臺灣未來的競爭力。聯合國人口基金會 (United Nations Population Fund, UNFPA) 預估全世界的工作年齡人口比例將會在 2015 年左右達到高峰，之後將逐漸下降¹；行政院經建會在「中華民國臺灣 97 年至 145 年人口推計」報告中也預估臺灣工作年齡人口比例將在 2012 年達到高峰後開始下降。

人口議題也與居住有密不可分的關係。目前世界人口不斷增加，伴隨環境資源過度使用，導致部分地區生活條件惡化無法居住，進而出現遷移的情形，問題將不斷地擴散加劇。舉例來說，人口增加會增加垃圾量，因此需要建造焚化爐或是垃圾掩埋場，但這會造成環境污染，甚至使得當地不適合居住，居民只得遷移至其他地方，不斷地在各地重複污染環境的戲碼。

聯合國人口基金會在 2009 年出版的報告，不僅提到都市化及人口老化的問題，也討論人口、氣候與環境的關係²。如果能夠瞭解未來的人口變化及發展，制訂及推動適當的政策，當能防範因為環境無法負荷人口變遷而遭受污染及破

¹ 根據 UNFPA 在 2008 年推估全球人口至 2050 年的資料庫，<http://esa.un.org/unpp/>。

² 根據 UNFPA 在 2009 年發表之報告「State of World Population 2009」，<http://www.unfpa.org/publications>。

壤，讓生命可以在地球永遠生生不息。有鑑於此，本報告將整理及探討人口推估的相關研究，並將焦點集中在縣市層級人口較少的小區域人口推估(Small Area Population Projection)。

現在各國使用的人口推估方法多為人口變動要素合成法(Cohort Component Method)，先決定未來的生育、死亡、遷移，再以類似馬可夫鏈(Markov Chain)的方法得到未來人口數值³。對於生育、死亡、遷移的未來趨勢，過去大多由專家決定(主觀意見)；由於決定的結果不具機率意義，近年來有不少國家加入隨機因素，以修正情境推估的缺點，即為機率人口推估(Probabilistic Projection)，這些新方法通常可分為隨機推估法(Stochastic Forecast Method)、模擬情境(Random Scenario)及推估誤差法(ex Post Method)(郭孟坤、余清祥 2007)。然而，近年雖然發展出新的研究方法，使得人口推估的方法論已漸趨成熟，但小區域的人口推估仍有很多改善空間。

小區域人口推估的主要困難之一為資料蒐集。以臺灣為例，雖然政府公佈的人口資料大多已經數位化，但數位化資料可能只有最近幾年。另外，小區域的人口記錄通常不夠詳細，許多資料只有全國數值，缺乏各地較為詳細的紀錄，導致小區域無法直接套用全國的推估模型。另一個問題是小區域人口數較少，如果需要細分性別、年齡，人口數更是捉襟見肘，導致推估結果的震盪幅度過大、或是不夠精確，頂多只能獲得整體的大致趨勢。再者，小區域可能會由於行政區重劃(臺灣地區增加三個直轄市)或政策改變，使得不同時間的地區劃分產生差異，造成資料無法合併，這也是小區域人口推估中令人困擾的問題。

還有一項因素在全國層級的人口推估中較為罕見—遷移，除了美國、愛爾蘭等國家外，通常推估大範圍人口時，遷移常被忽略或簡化。但過去許多小區域人口推估的相關研究，大多顯示遷移對小區域人口扮演非常重要的角色，因此許多小區域人口推估的研究，大都以討論遷移之影響。例如：有研究學者建議利用空

³ 近年也有另一種小區域人口推估方法，以個體角度、結合機率推估(例如：電腦模擬)，這種方法稱為個體模擬(Micro-simulation)，模擬時需要更詳細的個人資料，可參考 van der Gaag, et al. (2005)及 Pennec(2009)的說明。

間的概念，分析小區域人口之推估，利用其空間特性改善小區域人口之推估值 (Rees et al., 2004)。像這類型的推估研究在臺灣較為缺乏，因此本報告也將探討如何處理遷移之影響，以提出較適合臺灣地區各縣市層級小區域，在推估未來人口時需要注意的事項。

目前臺灣地區官方的人口推估是由經建會人力規劃處負責，也是使用人口變動要素合成法，依不同情境或政策目標對總生育率、男女嬰出生性比例、平均壽命以及淨遷徙數給定假設數值。例如在民國 97 年公布的人口推估，總生育率的目標分成 2.1 (替代水準)、1.6 (高推計)、1.4 (中推計) 以及 1.06 (低推計)，前三者皆假設總生育率的變化會依某種速度來達到目標 (亦即專家意見)，低推計則是依據機率人口推估方法中的隨機推估法。

本報告研究縣市層級的小區域人口推估，有別於人力規劃處的全國人口推估。本報告也使用人口變動要素合成法，但不考量主觀的專家意見，只套用隨機推估法，藉由電腦模擬的區塊拔靴法，測試全國人口推估的方法是否可用於小區域，以推估誤差來衡量並找出合適的修正模型。通常全國人口推估的方法大多只討論生育及死亡兩人口變動要素，本文加入遷移以考量較完整的人口推估模型。值得一提的是，由於遷移資料年數不足，係利用歷年的總人口數、出生數與死亡數等資料，代入人口變動要素合成法，推算過去的淨遷入人數 (遷入數減遷出數)，再以淨遷入資料進行推估。

這裡將修正模型對不同人口規模的臺北市、雲林及嘉義兩縣、澎湖縣 (總人口數各約 250 萬、100 萬、10 萬人)，進行小區域人口推估，利用資料採礦中常用的「估計—測試」(Training—testing) 方法，比較實際值、推估值的差異以評估推估模型。本報告的研究結果希冀能對小區域人口推估有所幫助，提供地方政府做為政策制定的依據。

本報告編排如下：第二節回顧人口變動要素合成法，並介紹區塊拔靴法等方法及相關假設，並且討論與遷移有關的問題與模型。第三節說明資料來源及處理方式，介紹如何運用這些資料於隨機推估。第四節為實證分析，先利用臺北市、

雲嘉兩縣、澎湖縣三個地區測試推估模型，利用誤差分析來衡量此模型是否合適；另外，也以這三個地區的人口推估，與經建會的全國推估比較。第五節探討人口推估時，人口三要素間的相關性是否影響推估結果。第六節為小區域人口推估的討論，以及本報告的研究限制。

壹、 文獻回顧

人口統計(Demography)的研究包括人口總數、人口結構、人口變遷及發展等方面，近年來的生育、婚姻和新住民亦是熱門話題。最早人口推估大多採用數學模式，像是以羅吉士曲線(Logistic Curve)預測未來人口數，或是著名的馬爾薩斯《人口論》，其中提到幾何級數、算數級數的成長，都屬於數學模式。這類型的方法只能提供人口總數的預測，較難給定詳細及穩定的人口結構，而且推估的結果通常誤差較大。Cannan(1895)首先提出人口變動合成要素法，應用於英格蘭與威爾斯的人口預測，這個方法在 Whelpton(1928, 1954)的推廣後，廣泛使用於世界各國。其中也有文獻指出，單純的指數外插用來推估總人口數便有不錯的效果(Smith, 1987)，後續也有很多學者致力於小區域人口推估中推估值的修正，像 Rao(2003)利用迴歸或經驗貝氏(Empirical Bayesian)等。

以下依序介紹人口變動合成要素法的原理，以及近幾年使用這個方法的新的研究結果。

(1) 人口變動合成要素法

人口變動合成要素法是目前最常用於人口推估的方法。人口變動合成要素法的原理為人口平衡公式：

$$P(t+1) = P(t) + B(t) - D(t) + I(t) - E(t) \quad (1)$$

其中 $P(t)$ 、 $B(t)$ 、 $D(t)$ 、 $I(t)$ 、 $E(t)$ 五個變數分別是第 t 年的人口數、出生人數、死亡人數、移入人數、移出人數。在封閉人口假設下(或是移入移出人

數為 0)，第 $t+1$ 年的總人口數通常藉由 Leslie 矩陣(Leslie Matrix)，以類似馬可夫鏈(Markov Chain)計算而得：

$$P(t+1) = M(t) \cdot P(t) \quad (2)$$

其中 $P(t)$ 為各年齡層在第 t 年的人數組成的向量， $M(t)$ 為第 t 年各年齡層的死亡率及生育率組成的 Leslie 矩陣。

如果移民人數不為 0，則在(2)式的等號右邊會加上第 t 年的淨移民(Net Immigration)人數組成的向量。另外，(2)式在計算時會將男、女兩性分開計算，其中每年的出生男嬰、女嬰人數會以歷年的性比例(Sex Ratio)決定，雖然近年的男嬰的出生比例有逐年上升的趨勢，臺灣地區的人口推估多半仍以男女比例的 1.05:1 代入。其他關於人口變動合成要素法使用細節及相關討論，可參考 Alho and Spencer(2006)。

(2) 機率人口推估

在過去，人口推估的方法大多需依靠較多的專家意見，但近年來，人口推估方法漸漸偏向使用機率推估方法，以取代過往的主觀意見。過去的人口推估利用情境(Scenario)的設定所得到的高、中、低推計，但三者之間的關係卻無法用相同的基準點去衡量比較，相較於機率推估方法的推估結果，其變動範圍便是機率的概念。機率推估方法大致分為三類：隨機推估法(Stochastic Forecast Method)、模擬情境法(Random Scenario Method)、推估誤差法(ex Post Method)。詳細整理可參考郭孟坤與余清祥(2007)，

以下介紹屬於隨機推估法的幾種模型，包括區塊拔靴法、篩網拔靴法、Lee-Carter 模型、函數主成份分析法。顧名思義，區塊拔靴法為拔靴法的延伸。拔靴法的概念是藉由對已知的觀察值重複抽取樣本以模擬母體的分配，通常僅運用在獨立的資料上，而此概念最早由 Efron(1979)所提出。區塊拔靴法的精神源自於拔靴法，只是將資料分成多個區塊做為抽取單位。改變了原始拔靴法的限制，將抽取單位由單一樣本推廣至某一區塊的連續樣本，保留了變數間的相關

性。因此區塊拔靴法便可處理像時間序列資料這類型的相依資料，最早由 Hall(1985)所提出，這個方法的詳細介紹可參考 Künsch(1989)；可處理相依資料的拔靴法還有篩網拔靴法(Sieve Bootstrap)，可參考 Bühlmann(2002)，其他拔靴法在相依資料的討論亦可參考 Mammen and Nandi(2004)。最早將區塊拔靴法應用在人口統計上的是 Denton et al.(2005)，用於推估加拿大的平均餘命。

在執行區塊拔靴法時需要決定二個因素，一個是區塊長度，另一個為區塊的抽取權數。目前區塊長度的選取並無一定準則，通常會依照資料的長度以及相關的特性來決定，可參考 Bühlmann(2002)。也有人將區塊長度視為隨機，Politis and Romano(1994)的測試發現其結果對預測的中位數幾乎沒有影響，只有在區塊縮小的情況下，預測區間會稍微膨脹。對區塊拔靴法較有影響的是區塊的抽取權數，即區塊發生的機會大小。常見的有均勻分配，認為每一個區塊發生的機會均等；另一種為線性權數(Linear Weight)，代表區塊發生的機會和時間的距離有關，本文將使用線性權數。

篩網拔靴法也是拔靴法的一種，有別於區塊拔靴法的無母數方法，篩網拔靴法假設資料服從時間序列模型，屬於參數模型方法，可參考 Bühlmann(2002)的基本介紹，預測方法可參考 Alonso et al.(2003)。此方法也可用於預測，第一步先對資料配適某個時間序列模型，求出模型的參數及變異數後，再根據這個模型模擬出未來的數值。

Lee-Carter 模型由 Lee and Carter(1992)提出，可用來描述死亡率，近年廣為應用於預測未來的死亡率，其模型如下

$$\log(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_{x,t} \quad (3)$$

上式中的 $m_{x,t}$ 代表 x 歲在 t 年的中央死亡率，以及三個參數： α_x 為 x 歲死亡率的平均曲線， β_x 為 x 歲相對死亡率的變化率， κ_t 是 t 年死亡率強度的變化量，誤差 $\varepsilon_{x,t}$ 為常態分配。為了避免參數可能有無限多組解，增加了限制式 $\sum_x \beta_x = 1$ 和

$\sum_i \kappa_i = 0$ 。估計參數的方法有很多，Lee and Carter(1992)提到可以利用死亡人數和人口數找出 κ_t ，而Koissi et al. (2006)整理了幾種估計方法，包含Lawson and Hanson(1974)提到的奇異值分解(Singular Value Decomposition, SVD)、主成份分析(Principal Component Analysis, PCA)和最大概似估計(Maximum Likelihood Estimation, MLE)，SVD也可再配合加權最小平方法(Weighted Least Square, WLS)修正參數。最後藉由 κ_t 對時間配適簡單線性迴歸，或假設 κ_t 為期望值不為0的隨機漫步(Random Walk with Drift)，即可預測未來的 κ_t ，推算出未來的死亡率(Li et al., 2004)。

函數主成份分析(Functional Principal Component Analysis, FPCA)是假設資料的變數間具有函數的關係(例如年齡和死亡率)，再利用分析函數的工具分析資料。為了將資料轉換成函數的型式，第一步是先將資料平滑化(Smoothing)，令 $y_t = \sum_{i=1}^p c_i f_i(x)$ ，其中 y_t 為 t 年 x 歲死亡率，係數為 c_i 的 p 個基底函數(Basis Function)組成。在平滑化的過程中，基底函數之選擇及該使用多少維度都是個很重要的參數假設。之後將多變量分析中的PCA應用於FPCA上，選取固定的成份，或使Mean Integrated Squared Error (MISE)最小，再將主成份函數的係數視為一時間序列便可用於預測。詳細的理論及實務上之操作、計算方式請參考Ramsay and Silverman (2005)及Hyndman et al. (2007)。

(3)小區域人口推估之遷移假設

遷移資料是三要素中最為棘手的問題，歷年出生及死亡的分齡資料通常較完整且時間較長，但遷移資料則不夠詳細，例如：缺乏分齡紀錄，缺乏各地區間詳細遷移資料。如果有詳細的遷移資料，則可套用Rogers的多區域遷移模型(Rogers, 1995)；如果沒有完整的遷移資料，則可參考近幾年發展的方法，諸如Gullickson (2001)及Kanaroglou et al. (2009)等的修正模型。然而建構並記錄這些資料也必須花上大量的人力與時間，亦需要各單位之間的配合。因此遷移在多數的人口推估

中多以忽略或簡化，但在小地區的人口推估中，遷移問題的處理則必須格外謹慎。

除了資料之外，小區域的推估也受限於可用之資料年度或許較短，其人口數也比較少，代表人口推估結果的變異數（或震盪程度）較大。為了取得較為穩定的推估值，可以參考生命表的編算，像是使用三年數值的加總，這樣的處理類似密度函數估計(Density Estimation)，或是生命表中常見的修勻(Graduation)，可參考余清祥(1997)的整理。小區域死亡率的相關研究也可參考Lee(2003)。

貳、 資料簡介與研究方法

一般人口推估推薦使用 20 年至 30 年的資料，本研究採較高的標準，使用 1979 年~2008 年共 30 年的資料，2009 年的人口資料尚未經官方正式發佈，因此暫不使用。資料格式均為五齡組，經過內插為單齡後再進行人口推估，其中 1979~2003 年為「估計期」、2004~2008 年為「測試期」，資料來源為行政院內政部統計處及內政部戶政司所公佈的資料。以下敘述各項資料的紀錄格式(表 1)：

表 1、小區域人口推估測試的資料說明

人口要素	資料年度	資料長度	資料格式
總人口	1979~2008 年	30 年	五齡組男、女人口數
生育	1979~2008 年	30 年	15~49 歲五齡組婦女生育數
死亡	1979~2008 年	30 年	五齡組男、女死亡數
遷移	1980~2008 年	29 年	藉由 Leslie matrix 反推 單齡淨遷入人口數

(i) 人口數：分成男女兩性，年齡由 0~4 歲、5~9 歲、...、90~94 歲、95~99 歲，100 歲以上者視為死亡，不再記錄。

(ii) 生育率：紀錄婦女 15~49 歲五齡組的生育率，一共有七個年齡組，男女

嬰出生性別比假設為1：1.08。

(iii)死亡率：分成男女兩性，年齡組的記錄方式與上述「人口數」相同，100歲以上者的死亡率為1。

(iv)遷移率：分成男女兩性，由各年度的人口總數、出生數、死亡數反推而得，因為遷移需要兩個年度的人口數，因此遷移資料僅有29個年度。

本研究採取資料採礦中常用的「估計-測試」，將1979~2003年當作估計之用，2004~2008年作為驗證推估方法的依據。除了檢視2004至2008年實際值是否落在推估的預測區間內，也計算這五個年度的推估值與實際值間的差異，作為審視推估方法是否可行的標準。常見的誤差標準為平均絕對誤差(Mean Absolute Percentage Error，簡稱MAPE)：

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\varepsilon_i|}{Y_i} \times 100\%$$

及根均平方誤差(Root Mean Square Percentage Error，簡稱 RMSPE)：

$$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\varepsilon_i}{Y_i}\right)^2} \times 100\%$$

其中 Y_i 是第 i 個觀察值，也就是第 i 個預測年度的年齡別數值（例如：生育率、死亡率）； $\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$ ， \hat{Y}_i 是 Y_i 的預測值。

上述由 MAPE 和 RMSPE 的標準，得出的結果大致接近，其中 RMSPE 對估計較不準者的懲罰較高，但實用上 MAPE 使用的頻率較高，本研究也只列出 MAPE 的結果。Lewis (1982) 依 MAPE 大小將模式預測能力分為以下四個等級：

MAPE	<10%	10%~20%	20%~50%	>50%
預測能力	高精確度	良好	合理	不正確

預測誤差愈小，表示模式愈佳。

人口推估的方法很多，本研究採用「機率推估」的優點在於操作方便，可以

藉由過去資料取得未來的推估，不需仰賴專家意見或複雜的參數模型，推估結果具有發生機率的詮釋，對政策規劃更有助益，近年來日益受到重視。然而這類型方法的重大缺點，在於未來和過去的變化趨勢不同時，推估結果將不具參考價值。為避免這種可能，本研究採取上述資料的「估計-測試」(Training-testing)，先測試上一節提到的機率推估模型，限於篇幅，以下僅列出雲林及嘉義兩縣的死亡率結果。表 2 為四種死亡率模型的參數設定。

表 2、死亡率方法一覽

方法	方法設定	參數決定
Block Bootstrap	Linear Weighted	Block size = 5
Lee-Carter	LC	SVD
	LC	PCA
Sieve	AR	AR(p), p 利用 AIC 及資料決定
FPCA	BSpline	8 basis functions, order = 4
	Monomial	8 basis functions
	Polygonal	Knot 數由資料決定

表 3 為上述不同方法下，各年齡組的 MAPE。從表 3 中可以觀察到，篩網拔靴法、區塊拔靴法和 Lee-Carter 模型這三者的平均 MAPE 較好，且結果差不多。由於篩網拔靴法和 Lee-Carter 模型都有模型假設，不僅操作程序較為繁瑣，參數估計也較為棘手，因此以下的推估方法採用區塊拔靴法。

表 3、雲林及嘉義兩縣在不同方法下的平均 MAPE

(%)	BLOCK	LC		SIEVE	FPCA		
		SVD	PCA		BSpline	Polygonal	Monomial
Estimate	NA	8.03	8.03	NA	0.00	0.00	0.00
Forecast	11.73	12.03	12.03	10.26	20.21	13.42	19.28

參、 臺北市、雲嘉、澎湖的人口推估

以下依照「估計—測試」的方式，以 MAPE 驗證本研究使用的區塊拔靴法，是否可得到合理的預測結果。在此，將結果分成兩個部分敘述，首先將評估區塊拔靴法在測試資料中的精確度；接著再探討以區塊拔靴法得出的臺北市、雲林嘉義兩縣、澎湖縣的未來 15 年推估結果，與 2008 年經建會人力規劃處公布的臺灣地區人口推估比較，審視臺灣地區與小區域人口推估的異同。

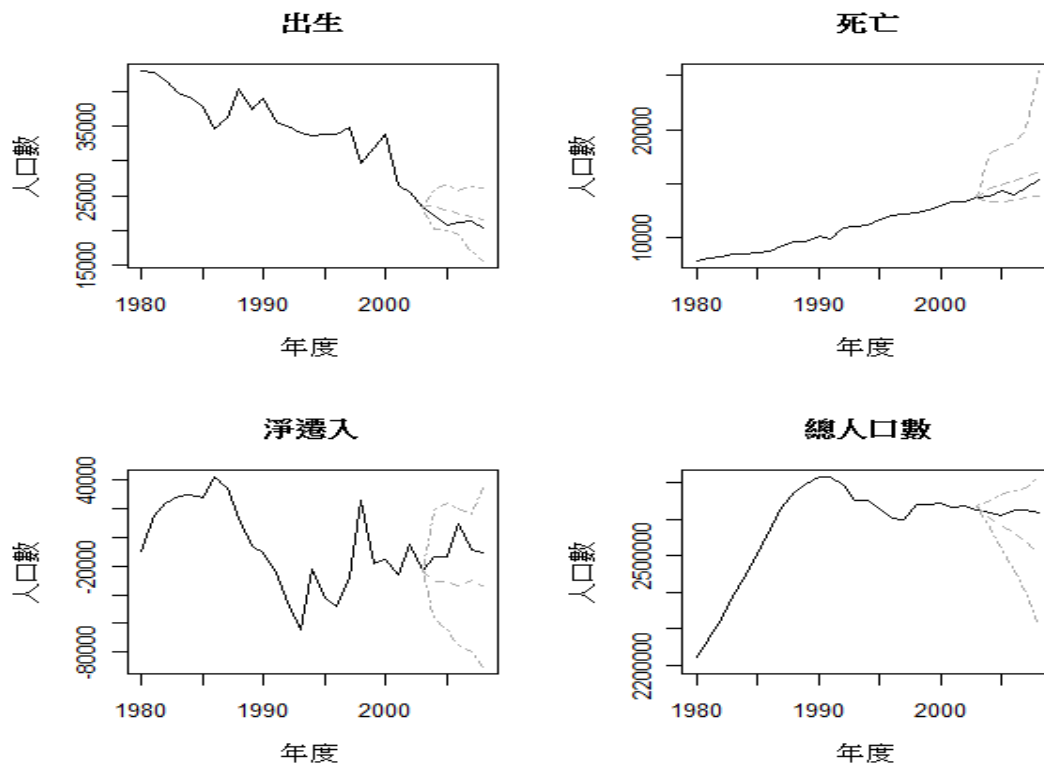


圖 1、臺北市 2004-2008 年的區塊拔靴法推估值（虛線為推估值）

(1) 小區域人口推估的「估計—測試」：

僅以臺北市的 2004 至 2008 年的總人口數、出生數、死亡數、淨遷移數為例，示範區塊拔靴法的實用性，圖 1 為這四個數值的結果。除了死亡人數略有高估之外，臺北市的出生人數、淨遷移人數、及總人數都在 95% 信心水準的預測區間之內，結果尚可接受；其中出生及死亡人數略微高估，淨遷移及總人數則略微低估。

更詳細檢視各年度人口的總變化量（圖 2），區塊拔靴法與預估值差異最大在於 2006 年的人口變化，區塊拔靴法預期 2004-2008 年人口總數都會減少，但實際上 2006 年卻逆勢上升，猜測是臺北市長選舉的原因。這樣的趨勢在雲嘉兩縣、澎湖縣也有類似情形，在 2005 年的縣市長選舉時也有較多的遷入。由此可看出縣市地區推估中遷移的影響較為明顯、而且比較難處理，即使臺灣地區整體沒有太大變動，縣市之間可能會有系統性的遷移。

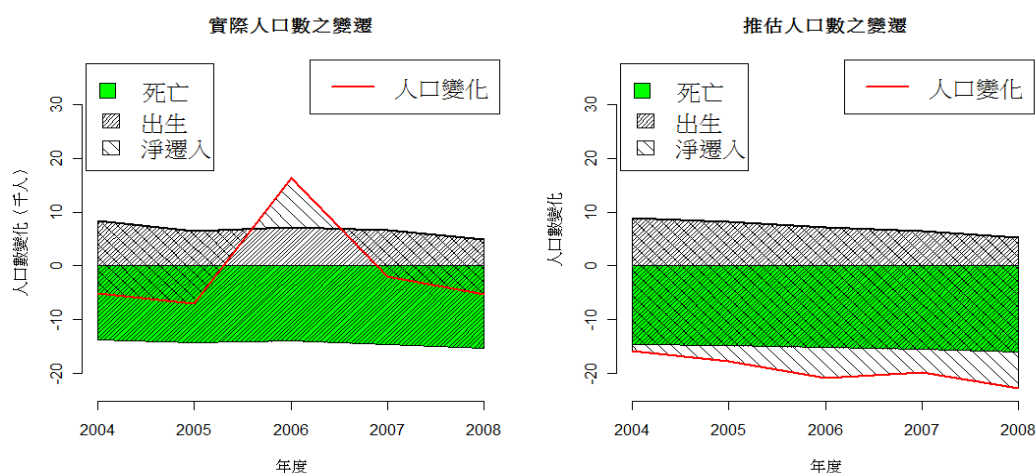


圖 2、臺北市 2004-2008 年區塊拔靴法推細部比較

詳細審視圖 2 左的實際人口變化，可以得知出生人數（細斜線）、死亡人數（綠色斜線）的變化較為和緩，五年間的上下震盪在兩千人之內，以全臺北市約 260 萬的人口而言，算是非常微小的震盪，因此右圖中的推估結果與實際數值差異不大（參考表 4）。震盪幅度較大者為淨遷移人數，除了 2006 年淨遷入將近一萬人外，其他各年度皆為遷出多於遷入，遷移數的震盪幅度在五年內高達 23,000 人，大約是出生數或死亡數的 10 倍，與先前小區域推估的研究結果相同，遷移是小區域人口變化的最重要影響因素。由於高估遷出人數，總人口數的推估值明顯低估，在五年內的估差接近八萬人，不過整體而言，仍在區塊拔靴法的 95% 預測區間內（圖 1 右下），依舊還算是可以接受的推估方法。

上述區塊拔靴法的推估，套用至雲林嘉義兩縣、澎湖縣，都有類似的結果，

實際的總人口數都在區塊拔靴法的 95%預測區間內。其中出生數及死亡數都非常穩定，與臺北市類似；因為總人口數較少，這兩個地區的遷移數比臺北市穩定，雲嘉兩縣的遷移數大致是出生數、死亡數震盪幅度的 2.5 倍（大約 5 千人比上 2 千人），澎湖縣遷移數大致與出生數、死亡數的震盪幅度相同（約 2 千人）。換言之，小區域人口推估中遷移確實不可輕忽。除了比較絕對差異外，也計算每個年齡層的 MAPE 推估誤差，年齡層包括 0-14 歲、15-64 歲、65-99 歲共三層，推估誤差列於表 5。平均而言，臺北市有較大的推估誤差，這與遷移人數有關。以 MAPE 的建議標準判斷，臺北市、雲嘉兩縣、澎湖縣這三個地區均有高精確度的推估結果。

表 4、臺北市 2004-2008 年區塊拔靴法推估與實際值（刮號內為實際值）

年度	2004	2005	2006	2007	2008
總人口數	2608(2619)	2592(2611)	2571(2627)	2548(2625)	2527(2619)
出生數	24(22)	24(21)	23(21)	22(21)	22(20)
死亡數	15(14)	15(14)	15(14)	16(15)	16(15)
淨遷移數	-28(-13)	-25(-14)	-29(9)	-29(-9)	-28(-10)

註：單位千人

表 5、小區域人口推估測試的 MAPE 誤差比較

年度	總人口	0-14 歲人口	15-64 歲人口	65-99 歲人口
北市	1.97	2.59	2.03	0.76
雲嘉	0.65	3.71	0.19	0.47
澎湖	0.53	2.29	0.57	0.49

進一步與臺北市主計處於民國 98 年 7 月的人口推估比較（「統計應用分析報告—臺北市人口消長研究」）。臺北市主計處使用三種估計方法，其中一種（世代

生存法)即是本研究使用的人口變動合成要素法，但使用不同的生育、死亡、遷移的設定；另外兩種方法分別是迴歸分析、時間數列法(簡稱 ARIMA)，後面這兩種方法通常只能獲得總人口數的推估值，無法提供各年齡層的人口數。表 6 為本研究與主計處的總人口數推估 MAPE 比較，以誤差的精確度來看，幾個方法都有不錯的結果。但同樣都是人口變動合成要素法，因為本研究對於各項人口數值的假設處理較為詳細，得出的推估結果較為精確；ARIMA 法的結果優於迴歸分析，但無法提供詳細的人口結構。除了推估誤差 MAPE 的比較，本研究區塊拔靴法和主計處推估還有一項較明顯的差異，主計處推估認為短期內臺北市人口稍微回升，但本研究則認為人口數將逐步下降。

表 6、臺北市推估的 MAPE 比較 (與臺北市主計處比較)

	本研究	臺北市主計處			
		世代生存法	迴歸分析法	ARIMA (直接)	ARIMA (間接)
總人口	0.80	1.70	3.17	0.87	1.38

由上述的「估計-測試」結果中，可以看出本研究使用的區塊拔靴法有相當穩定、一致的結果，且因為操作較為簡單、也具有機率詮釋，未來可作為小區域人口推估的考量方法之一。然而，本研究的小區域推估測試發現，遷移在縣市層級的每年震盪幅度，遠大於出生、死亡，但縣市層級的遷移資料通常缺乏遷出及遷入地的詳細紀錄，也不見得有年齡及性別的分類，這些限制將會增加小區域推估的困難，我們將繼續研擬解決方案。另外，小區域的人口推估還有一項問題需要注意，就是人口數少的區域在推估時容易引起較大的震盪，除了使用本研究的區塊拔靴法外，也可加入專家意見、或是降低資料震盪的方法(例如：修勻)，以減少推估結果會有巨大震盪的現象。

因為區塊拔靴法經過上述驗證，確實屬於可考量的推估方法，接下來將使用區塊拔靴法以 1979~2008 年資料為基礎，推估未來 2009~2023 年(十五年)的

人口結構，與經建會於 2008 年公布的臺灣地區人口推估比較，藉由臺北市、雲嘉兩縣、澎湖縣的區塊拔軌法的推估結果，探討小區域推估的必要性。

(2) 臺灣地區與小區域推估的差異比較：

官方的臺灣地區人口推估，通常是由經建會人力規劃處負責，但通常僅公布全臺灣或是臺閩地區的結果，鮮少有小地區的結果。由於臺灣地區的人口多半集中於都市，城鄉之間存在不小差距，以全國的結果套到各縣市、鄉鎮市區，容易有誤導的可能。有鑑於此，本研究也考量上述三個地區的人口推估（2009 年至 2023 年），與經建會的結果比較，探討各地區是否有不同的發展趨勢，建議有關單位未來在考量政策規劃、都市發展時，也應考慮到地區差異。另外，本研究僅考慮未來十五年，在於縣市層級的人口資料變化較大，資料記錄、資料品質不如全國的周延，因此不採用經建會臺灣地區人口推估未來五十年的作法。

根據經建會 2008 年的推估報告，臺灣地區的 65 歲以上人口在 2025 年之前將突破 20%，亦即老年口比例在 20 年之內從 10% 倍增，這麼快速的人口老化，甚至已經超越日本。臺灣地區人口老化近年因為生育率急遽下降（尤其是 2000 年之後）、以及壽命的延長，兩者加成的效果而特別明顯，政府近年推動不少政策及制度，諸如勞退新制、國民年金等，均是為了因應人口老化。隨著老年人口比例愈來愈高，未來中央及地方政府勢必得提出更多配套措施，以符合少子化及壽命繼續延長的需求，這個需求各地區不見得相同。例如：醫學中心多半集中在人口密集的都會區，離島和偏遠地區的老人就醫不容易，此與大台北都會區的老年人的問題及需要非常不同，中央及地方政府若能確實掌握老年人需求，當能善用公共資源，提供最適切、最即時的服務。

表 7 及圖 3 分別列出臺北市、雲嘉兩縣、澎湖縣這三個地區，與臺灣地區的推估人口結構比較。由表 7 中未來十五年的數字變化可知，2008 年時這三個地區的幼年人口已少於臺灣地區，未來減少比例更高，尤其以澎湖縣的下降比例最高。高齡人口比例在三個地區有不同趨勢，2008 年時三個地區的老化程度均高

於全臺灣，其中又以臺北市的人口老化速度最快，在 2020 年前會到達 20%；雲嘉、澎湖的老化速度較慢，澎湖縣因為遷入人口的影響，高齡人口比例反而先下降，在 2023 年後才突破 16%。圖 3 中可以看出未來十五年的細部趨勢變化，0-14 歲幼年人口大致維持 2008 年的大小順序；15-64 歲的工作年齡人口以臺北市的下降幅度最多，和臺灣地區的變化較為類似，都略微上升後再急速下降，而雲嘉兩縣大致持平，澎湖縣反而逐年上升，後兩者明顯與臺灣地區不同；65 歲以上人口比例除了澎湖縣緩慢增加外，其他都有明顯的上升趨勢，又以臺灣地區與臺北市的增幅最為相像，但臺北市比全臺灣地區多了約 6% 的高齡人口，老化指數居全臺灣之冠。

表 7、小地區與全臺灣人口結構推估比較

年度	0-14 歲人口百分比				65-99 歲人口百分比			
	臺灣	北市	雲嘉	澎湖	臺灣	北市	雲嘉	澎湖
2008	17.0	15.94	16.44	15.66	10.5	11.98	14.64	15.00
2009	16.4	15.03	15.35	14.27	10.7	12.77	15.24	14.86
2010	15.9	14.60	14.80	13.62	10.8	13.23	15.53	14.78
2011	15.3	14.17	14.29	13.04	10.9	13.74	15.83	14.74
2012	14.8	13.81	13.81	12.49	11.2	14.32	16.14	14.69
2013	14.5	13.48	13.30	11.96	11.6	14.94	16.46	14.66
2018	13.0	12.09	11.29	9.82	14.7	19.18	18.41	15.10
2023	12.6	10.69	10.36	8.87	18.5	24.64	20.90	16.23
15 年 的變化	-4.4	-5.25	-6.08	-6.79	8.0	12.66	6.26	1.23

註：臺灣地區推估來自經建會 2008 年推估，其餘縣市為本研究推估。

表 7 及圖 3 的結果顯示，各地區的人口結構變化不盡相同，因此需求及當務之急差異頗大。澎湖縣的幼年人口下降幅度最高，工作年齡人口不像其他地區下降快速，人口老化不見得會有立即的衝擊，因此著眼於提高生育率的相關措施，諸如生育、教育、托育等的青少年、兒童福利，反而較為急迫。臺北市的情形就大不相同，幼齡及工作年齡人口兩者同時大幅下降，顯示人口老化的情形愈見明

顯，不但要調整兒童福利政策，還得提出能夠吸引年輕人的政策，鼓勵年輕人及早結婚、多多生育，並且設籍在臺北市，而不是以通勤的方式往來居住地與工作地（臺北市）。當然，在十五年後預估臺北市的高齡人口將達 1/4，代表人口老化的需求更加殷切，如何在有限資源下，兼顧不同年齡層人口的福利，將是臺北市施政的重大考驗。

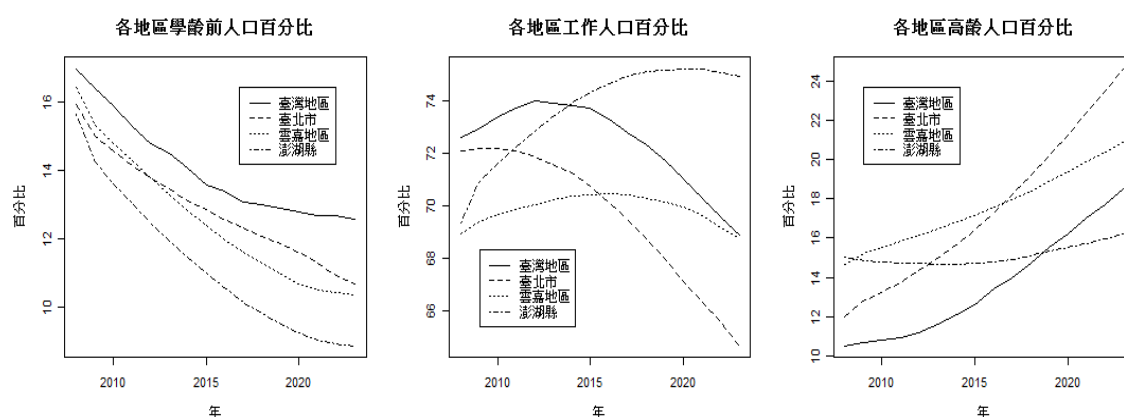


圖 3、小地區與全臺灣人口結構推估比較圖（與經建會比較）

伍、人口三要素的相關性

在臺北市、雲嘉兩縣及澎湖縣的實證研究過程中，總人口數推估是結合三個要素的模擬推估，也就是出生數、死亡數及淨遷移數三者的中位數，但這樣代表我們假設三要素間互相獨立，也就是使用區塊拔靴法時，並無考慮三者之間的相關性。然而，實證發現這三者通常不獨立，而且三個要素的中位數相加不一定等於總人口數的中位數，最後還需要局部調整，調整相關討論可參考Lee(1998)、Keilman et al.(2002)、郭孟坤與余清祥(2007)的討論。本節先以臺灣死亡率測試區塊拔靴法，假設死亡率服從Lee-Carter模型，以同時（或「合併」）、「分開」兩種方式估計各年齡層的死亡率，比較兩者的死亡人數及平均壽命的預測值是否不同。接著以相同的方式探討「合併」及「分開」推估三要素，評估對人口推估結果的影響。

假設死亡率符合Lee-Carter模型，先藉由臺灣歷史死亡率估計模型參數 α_x 、 β_x 、 κ_t ，再代入Lee-Carter模型產生亂數。我們重覆以下模擬1000次：每次產生60個年度各年齡組的死亡率，將前30年的死亡率視為已知，後30的死亡率年視為未知，使用前30年已知資料推估後30年，因為死亡率服從Lee-Carter模型，可以比較推估結果的準確性、推估範圍的大小。「合併」區塊拔靴法是模擬亂數時，所有年齡層使用一樣的亂數（亦即抽出同樣的年度區塊），「分開」區塊拔靴法則是各年齡層模擬出個別的亂數，最後再整合結果，一般人口推估大多採用「分開」的作法，各自模擬人口三要素的結果後再整合。

在死亡率的模擬中，考慮的年齡組由0-4歲、5-9歲、...、95-99歲共20個五齡組，假設每年的嬰兒出生數都為20萬人，男女嬰的出生性別比為1.05：1，假設死亡人數服從二項分配(Binomial Distribution)⁴。模擬結果發現「合併」與「分開」推估中位數非常接近，無論是男女兩性的死亡人數或是平均壽命，兩種區塊拔靴法得出的推估結果與理論值（Lee-Carter模型）非常接近，差異不大於0.2%，而且都在Lee-Carter模型蒙地卡羅的95%信賴區間內。也就是說，無論「合併」或「分開」，對整體推估值的影響不大。

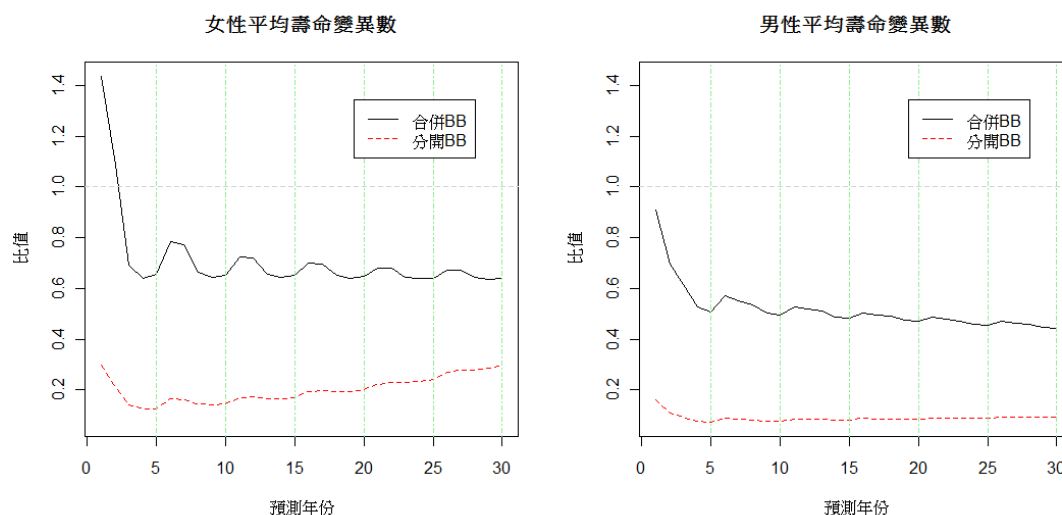


圖4、兩種區塊拔靴法的壽命推估變異數（與Lee-Carter比較）

⁴ 死亡人數也可假設為卜阿松分配(Poisson Distribution)，模擬的結果類似。

因為本研究使用電腦模擬（重複1000次），除了以中位數作為推估結果外，模擬結果的2.5%及97.5%（2.5及97.5的百分位數）作為95%信心水準推估區間的下限及上限，兩者的差距視為預測區間的寬度，也與標準差有關。圖4及圖5將Lee-Carter的1000次蒙地卡羅模擬得出的結果作為分母，「合併」及「分開」區塊拔靴法的結果為分子，計算得出的比值。兩個圖的比值大都小於一，顯示區塊拔靴法的變異數比實際的Lee-Carter模型小。

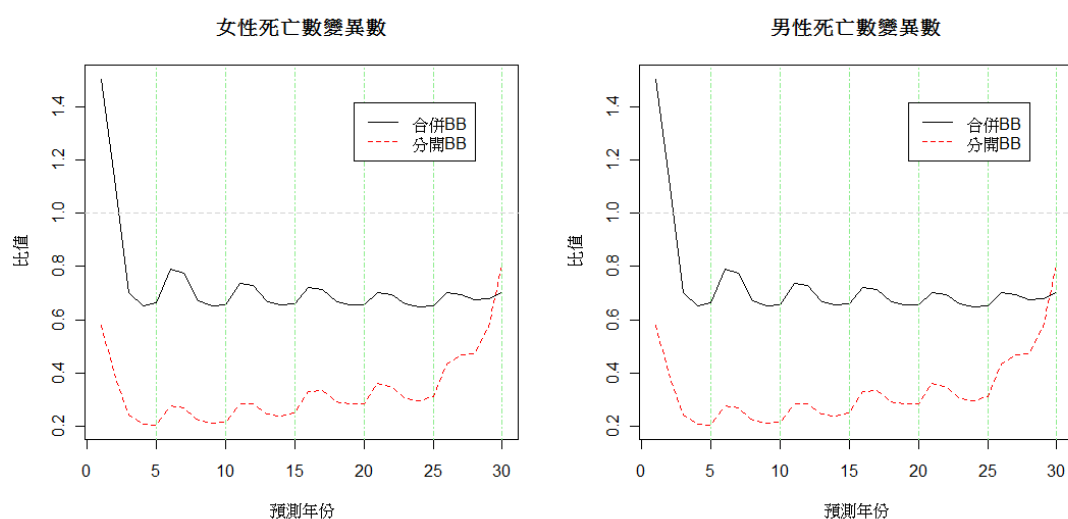


圖5、兩種區塊拔靴法的壽命推估變異數（與Lee-Carter比較）

不同於推估中位數非常接近，兩種區塊拔靴法的推估區間有很大的差異，圖4及5中「分開」區塊拔靴法遠小於「合併」的結果，在平均壽命的差異更大，男性結果甚至僅有「合併」的1/5。實證上，我們建議使用「合併」區塊拔靴法，因為比較接近理論模型的結果，雖然推估值的變異數僅為理論值的50%~70%間。另外，圖4及5也顯示一個很特別的趨勢，似乎變異數每五年就會有一次波動，這和本研究使用長度為五的區塊有關，如果區塊長度不是定值，而是符合期望值為五的分配函數（例如：幾何分配），可以消除圖中的變異數波動。因為區塊長度不是定值時，合併、分開區塊拔靴法的結果相似，在此不再贅述。

除了對死亡率的探討外，我們持續探討人口三要素的相關性，是否會影響人

口推估的結果，限於篇幅，僅以臺北市為代表。仿造上一節的資料區間，以1979~2008年的資料，推估2009~2023年的臺北市人口。圖6為出生人數、死亡人數、淨遷入人數、總人口數的推估結果，綠色及藍色各為「合併」及「分開」的推估結果，其中實線為中位數、虛線為95%預測區間。「合併」及「分開」的四種推估人數中位數差異不大，但預測區間則明顯看出差異，與上述的死亡率模擬結果類似，「合併」區塊拔靴法有較大的變異數。根據上述模擬結果，我們建議人口推估時不止要考量人口三要素的相關性，也要考量所有年齡組間的關聯，如果使用區塊拔靴法，抽取某個年度區塊時應該同時抽出對等年度的生育、死亡、遷移三個要素。

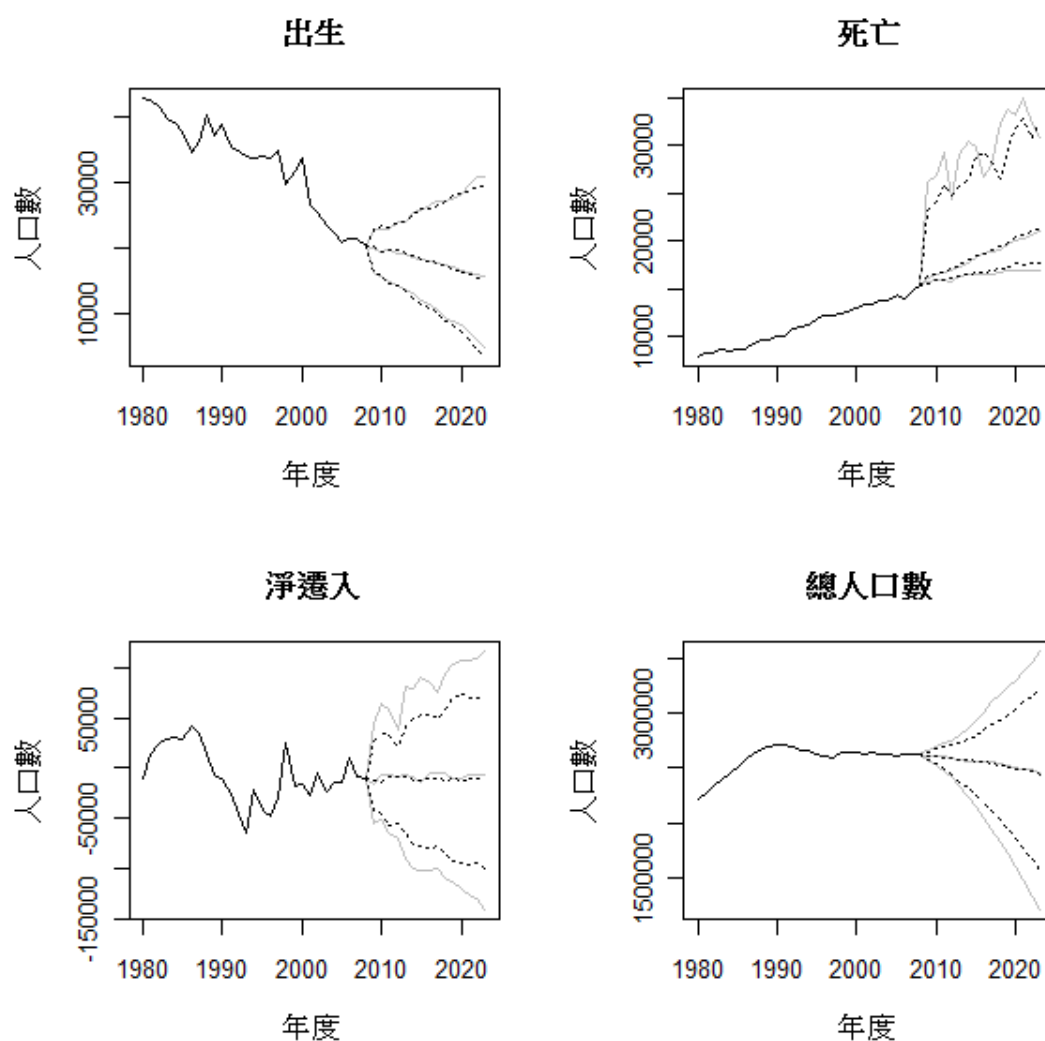


圖6、臺北市2009~2023年人口推估（合併：實線、分開：虛線）

陸、 結論與建議

國家政策規劃與制訂與該國未來人口的變化趨勢有關，舉凡教育、醫療、居住、商業發展、公共建設等，都需因為人口增加或減少做適度的調整，未來人口推估的準確與否，關係政府及私人資源的有效運用。縣市、甚至鄉鎮市區層級的未來人口，因為資料品質及人數較少（較大的震盪程度），推估的難度更高，相關的研究文獻相對較少，以臺灣地區為研究對象更是缺乏。但有鑑於未來臺灣急難防災的需求，較適宜以縣市等地方的單位規劃，本文嘗試以縣市層級為對象，測試隨機方法及電腦模擬用於人口推估時需注意的事項，提供縣市層級人口推估與防災需求預測的參考。

本報告首要目標在於測試適合臺灣地區的小區域人口推估方法，採用最常見的人口變動要素合成法，以屬於機率推估的區塊拔靴法決定未來的生育、死亡、遷移三個數值。由於缺乏縣市層級的遷移資料，僅能採用較簡單的雙區域遷移模型（Bi-regional Migration Model），藉由民國 68 年至 97 年（共 30 年）的雲林、嘉義兩線的人口資料，評估此模型是否適合用於臺灣地區的縣市層級人口推估。評估方法利用資料採礦中「估計-測試」的方法，將民國 68 年至民國 97 年分成兩部分，以民國 68 年至 92 年的資料（前 25 年）估計模型參數，再代入測試民國 93 年至民國 97 年的推估結果。

分析發現，除了高估生育率之外，其他數值符合預期，亦即上述是可行的小區域人口推估方法。另外，以測試的角度而言，總人口的推估準確率在可接受的範圍內，而遷移在小區域人口推估扮演非常重要的角色。除了測試推估方法，也將此模型應用在雲嘉、臺北市及澎湖縣未來人口之推估（民國 98 年至民國 112 年），並且將結果與行政院經建會「中華民國臺灣 97 年至 145 年人口推計」比較。發現全國和雲嘉地區的未來人口變化趨勢不盡相同。舉例來說，雲嘉地區未來的高齡人口比例以平均每年 0.30% 的速度增加，臺灣地區高齡人口比例卻以平均每

年 0.53% 的速度成長，顯示雲嘉地區的人口老化速度較為緩和。後續將此方法應用於不同人口規模的臺北市（約 250 萬人）及澎湖縣（約 10 萬人），發現資料品質將大大影響推估結果。不同縣市的推估結果發現，各縣市的人口特性、結構或歷年的人口變化皆明顯地不同，因此本文的測試方法結果可推廣至全臺各縣市，以提供各縣市政策制定的參考，希冀各縣市發展與規劃能符合該地區的人口變化，發展各地區的特色、並善用有限的資源。

除了本報告採用的方法，建議後續研究可修正現有模型，例如 Rogers 的多區域遷移模型（Multi-regional Migration Model），或是配合空間概念、加入其他因素來估計遷移率，像是公寓數、重大建設、環境好壞、財政支出或交通，甚至是消費者物價指數（Consumer Price Index）等，藉此改善小區域人口推估值。另外，小區域人口推估因為人數較少，推估結果可能產生較大的震盪，可使用編算生命表時的修勻（Graduation），或是 Lee (2003) 提出的方法。

謝 誌

本文作者感謝兩位匿名評審的寶貴建議，更感謝國科會對本文在研究進行與撰寫時的補助（補助計畫編號 NSC 98-2410-H-004-063），以及國家災害防救科技中心對本研究提供的助理人力補助。

參考文獻

中文部分

中華民國內政部統計處，<http://www.moi.gov.tw/stat/>。

→Department of Statistics, Ministry of Interior. <http://www.moi.gov.tw/stat/>

行政院經濟建設委員會人力規劃處 (2008) 中華民國臺灣 97 年至 145 年人口推計，臺北。

→Manpower Development & Employment, Council for Economic Planning and Development, Executive Yuan (2008), Population Projections for Taiwan: 2008-2056.

余清祥 (1997)，修勻：統計在精算上的應用，臺北雙葉書局。

→Yue, J.C. (1997), Graduation: An Actuarial Application of Statistics, Yeh-Yeh Bookstore, Taipei.

郭孟坤、余清祥 (2007)，電腦模擬、隨機方法與人口推估的實證研究，人口學刊，36: 67-98。

→ Kuo, M. and Yue, J.C. (2007), An Empirical Study of Simulation and Stochastic Methods on Population Projections, Journal of Population Studies, Vol.36, 67-98.

英文部分

Alho, J.M. and Spencer, B.D. (2006), *Statistical Demography and Forecasting*, Springer.

Alonso, A.M., Peña D., Romo J. (2003), “On Sieve Bootstrap Prediction Intervals”, *Statistical & Probability Letters*, 65: 13-20.

- Bühlmann, P. (2002), “Bootstraps for Time Series”, *Statistical Science*, 17(1): 52-72.
- Cannan, E. (1895), “The Probability of a Cessation of the Growth of Population in England and Wales during the Next Century”, *The Economic Journal*, 5(20): 505-515.
- Denton, F.T., Feaver, C.H., and Spencer, B.G. (2005), “Time Series Analysis and Stochastic Forecasting: An Econometric Study of Mortality and Life Expectancy”, *Journal of Population Economics*, 18: 203-227.
- Efron, B. (1979), “Bootstrap Method: Another Look at Jackknife”, *The Annals of Statistics*, 7: 1-26.
- Gullickson, A. (2001), “*Multiregional probabilistic forecasting.*” Paper presented at the Young Scientists Program Midsummer Workshop, International Institute for Applied Systems Analysis, July 2001, Vienna, Austria.
- Hall, P. (1985), “Resampling a Coverage Pattern”, *Stochastic Processes Applications*, 20: 231-246.
- Hyndman, R.J. and Ullah, M.S. (2007), “Robust Forecasting of Mortality and Fertility Rates: A Functional Data Approach”, *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(10), 4942-4956.
- Kanaroglou, P.S., Maoh, H.F., Newbold, B., Scott, D.M. and Paze, A. (2009), “A Demographic Model for Small Area Population Projections: an Application to the Census Metropolitan Area of Hamilton in Ontario, Canada”, *Environment and Planning A*, 41: 964-979.
- Keilman, N., D. Q. Pham, et al. (2002). "Why population forecasts should be probabilistic-illustrated by the case of Norway." *Demographic Research* 6: 410—454.
- Koissi, M. C., A. F. Shapiro, et al. (2006). "Evaluating and extending the Lee-Carter model for mortality forecasting: Bootstrap confidence interval." *Insurance:*

Mathematics and Economics 38(1): 1–20.

Künsch, H.R. (1989), “The Jackknife and the Bootstrap for General Stationary Observations”, *The Annals of Statistics*, 17: 1217-1261.

Lawson, C. L. and R. J. Hanson (1974). Solving least squares problems, Prentice-Hall, EngleWood Cliffs, NJ.

Lee, R. D. (1998). "Probabilistic approaches to population forecasting." *Population and Development Review* 24: 156–190.

Lee, W. C. (2003). "A Partial SMR Approach to Smoothing Age-specific Rates." *Annals of epidemiology* 13(2): 89–99.

Lee, R. D. and L. R. Carter (1992). "Modeling and forecasting US mortality." *Journal of the American Statistical Association* 87(419): 659–671.

Lewis, J. M (1982). "Adaptation of P. D. Thompson's scheme to the constraint of potential vorticity conservation." *Mon. Wea. Rev.* 110: 1618–1634.

Li, N., R. Lee, et al. (2004). "Using the Lee-Carter method to forecast mortality for populations with limited data." *International Statistical Review*: 19–36.

Mammen, E. and Nandi, S. (2004), *Bootstrap and Resampling*. Handbook of Computational Statistics Concepts and Methods, Ed. Gentle, J.E., Härdle, W. and Mori, Y., 468-495, Springer, Heidelberg.

Penneç, S. (2009), “APPSIM – Cohort Component Population Projections to Validate and Align the Dynamic Microsimulation Model APPSIM”, Working Paper, National Center for Social and Economic Modelling, University of Canberra, Australia.

Politis, D.N. and Romano, J.P. (1994), “The Stationary Bootstrap”, *Journal of the American Statistical Association*, 89: 1303-1313.

Ramsay, J.O. and Silverman, B.W. (2005), *Functional data analysis*, 2nd Edition. Springer-Verlag, New York.

- Rao, J.N.K. (2003), *Small Area Estimation*, John Wiley & Sons Inc.
- Rees, P., Norman, P., and Brown D. (2004), “A Framework for Progressively Improving Small Area Population Estimates”, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 167(1): 5-36.
- Rogers, A. (1995), *Multiregional Demography: Principles, Methods and Extensions*, New York: John Wiley and Sons.
- Smith S.K. (1987), “Tests of Forecast Accuracy and Bias for County Population Projections”, *Journal of the American Statistical Association*, 82(400): 991-1003.
- Van der Gaag, N., de Beer, J., and Willekens, F. (2005), “MicMac: Combining Micro and Macro Approaches in Demographic Forecasting”, Working Paper, Netherlands Interdisciplinary Demographic Institute.
- Whelpton, P.K. (1928), “Population of the United States, 1925 to 1975”, *American Journal of Sociology*, 34: 253-270.
- Whelpton, P.K. (1954), “On stationary Processes in Plane”, *Biometrika*, 41: 434-449.