

# 死亡率的降低對於退休金純保費的影響： 台灣地區的實證研究

國立政治大學統計系副教授

余清祥

## 摘要

台灣地區居民的平均餘命因經濟發展、環境衛生改善、醫療技術進步等因素，近四十年來有明顯的增加。例如 65 歲以上的老年人口自 1993 即已突破 7%，符合聯合國所定義的高齡化社會，因此退休金之類的老年生活規劃愈來愈受大眾的重視。然因台灣地區人口老化及死亡率降低的速度堪稱世界之最，與日本齊名，傳統的年金現值精算方法可能導致純保費的低估。本研究以台灣歷年國民生命表的死亡率為依據，在 Gompertz 死亡模型的假設下，探討現行的年金現值精算方法之適用性；另外，本文的計算結果也與英國(Willets, 1999)的研究比較，發現兩國有類似之處。

關鍵詞：平均餘命、死亡率推估、縱斷面、純保費、退休金

## 壹、緒論

台灣地區居民的死亡率自二十世紀初即開始明顯的下降，壽命也有非常大幅度的增加。舉例而言，表一為台灣地區歷年的國民生命表，男性的平均壽命由 1926 ~ 1930 年的 38.76 歲增加到 1989 ~ 1991 年的 71.61 歲，在六十年間其增幅高達 80% 以上；女性的壽命亦同，從 1926 ~ 1930 年的 43.13 歲增加到 1989 ~ 1991 年的 76.76 歲，幅度亦約有 80%。根據過去死亡率方面的研究，死亡率的降低主要歸因於經濟、環境、醫療等因素的改進，此一趨勢近年仍有穩定及固定幅

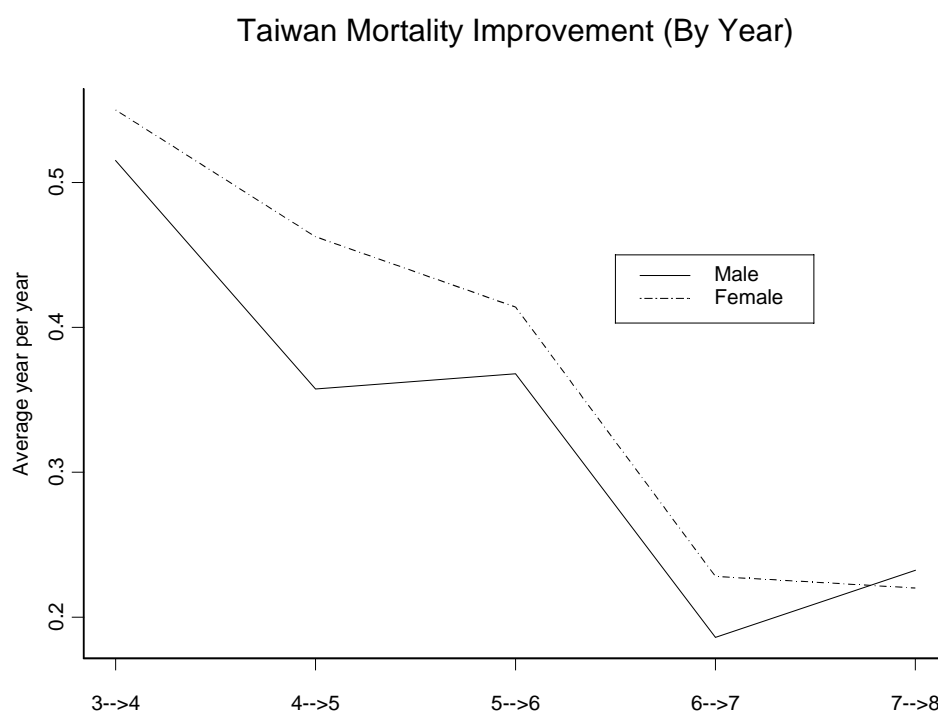
度的降低，例如最近內政部公佈的 2000 年簡易生命表顯示，男性及女性的平均壽命分別為 72.67 及 78.44 歲，平均自 1991 年以來平均壽命一年約有 0.12 及 0.19 歲的增加，與圖一中第六回至第八回國民生命表平均一年增加約 0.2 歲類似。（因男女兩性在 1976 年至 1991 年的 15 年間，各增加 3.02 及 3.12 歲，或是平均一年約增加 0.2 歲。）

**表一 台灣地區國民生命表與平均壽命（單位：歲）**

編算時間	1926 ~1930	1936 ~1940	1956 ~1958	1966 ~1967	1970 ~1971	1975 ~1976	1980 ~1981	1989 ~1991
男性	38.76	41.08	60.17	65.32	66.75	68.59	69.52	71.61
女性	43.13	45.73	64.22	69.72	71.57	73.64	74.78	76.76

資料來源：內政部 「中華民國台灣地區國民生命表」

**圖一 台灣地區兩性平均年齡的年增量（單位：歲）**

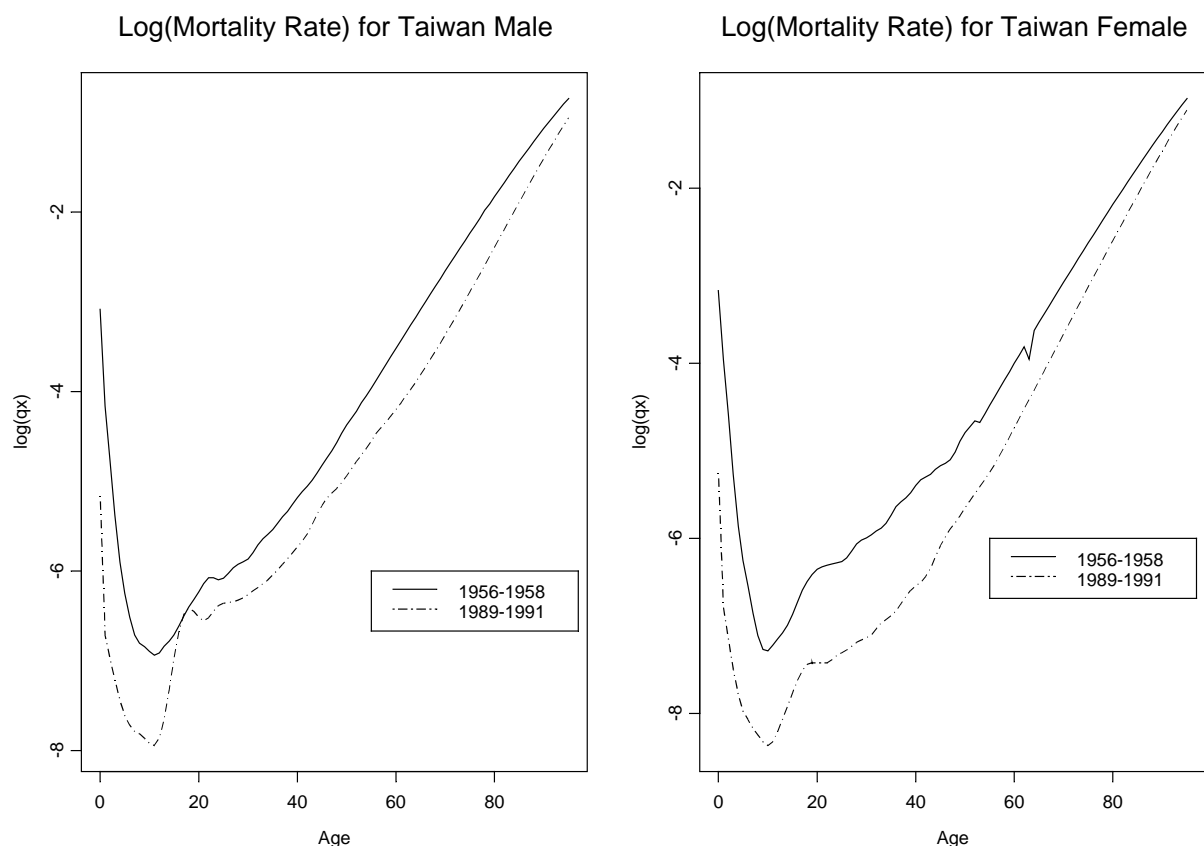


死亡率的降低在各年齡層間雖不盡相同，但降幅都非常可觀，以第二次世界大戰後的台灣地區生命表數字為例(參閱圖二及圖三的對

數死亡率圖形),除了男性 20 歲前後外,其他年齡在 1956 至 1991 年間的死亡率差別都可由目視觀察而得:其中男性在 1989 ~ 1991 年生命表的單一年齡死亡率平均只有 1956 ~ 1958 年的 57%;女性則更低,1989 ~ 1991 年的單一年齡死亡率僅達 1956 ~ 1958 年的 46%。

圖二 台灣男性死亡率的對數

圖三 台灣女性死亡率的對數



一般商業保險中保單的純保費計算,理論上應以該被保險人(the insured)為對象,計算其一生的預期死亡風險(以人身保險商品為例),此種計算方式稱為縱斷面(Cohort 或是 Longitudinal)法。但因無法獲知該保險人未來的存活狀況,實務上以橫斷面(Cross-sectional)法代替,也就是假設現在其他年齡的死亡率可套用到該被保險人,這樣的假設在各年齡的死亡率不隨時間變動時可行。由於台灣地區居民的死亡率降低的速度非常快,且各年齡層均有類似的下降趨勢,死亡率不變的精算假設並不合適,使得保費在死亡險商品中有高估之虞,不利於消費者;但在生存險商品中則傾向低估,進而造成保險公司財

務上的危險。本研究針對退休金之類的生存險，以台灣在第二次世界大戰後的國民生命表死亡率資料為基礎，加上較常用的人口推估方法與適用於中高齡的 Gompertz 死亡率模型，計算在一般精算方法求得的純保費與實際數值的差異，探討在死亡率持續降低的趨勢下，如何適當地修改保費的精算方法。

## 貳、研究假設及資料來源

本文以民國 60 年（西元 1971 年）為起點，研究死亡率的降低對現行年金保費計算的影響。台灣地區居民的死亡率資料可能來源有二，其一為本文採用之內政部統計處公佈的台灣地區居民死亡率資料（中華民國台閩地區人口統計），期間為第二次世界大戰結束（民國 40 年）後至今（西元 2001 年），作為預測死亡率之用；由於本資料在早期記錄時多為 5 歲一組的格式，必須使用內插(Interpolation)之類的修勻(Graduation)方法推算出單一年齡的死亡率。資料的另一來源為內政部統計處編算的台灣地區國民生命表(Complete Life Tables)或簡易生命表(Abridege Life Tables)，但本研究不採用，其原因是因台灣生命表編算的時間間隔並不統一，其中國民生命表至西元 1981 年後採用聯合國建議後，方為 10 年一次；簡易生命表的死亡率也多為 5 歲一組，且近年來才為每年都編算。讀者可參考余清祥(1997)第九章關於台灣生命表編算的介紹。

另外因台灣人口資料在早期記錄較不完整，例如民國 48 年前的最高年齡組為 75 歲及 75 歲以上者(簡稱 75+)，民國 48 至 59 年為 85+，85 歲以上的單一年齡死亡率需使用外插法(Extrapolation)，產生誤差的可能性極高。為計算上的便利，本文對於未來死亡率的預測（Projection；一般翻譯為推估）採用 Gompertz 死亡率模型的假設（內政部統計處編算生命表與壽險公會第三回經驗生命表也採類似的假設），也就是瞬間死亡率（或死力；Force of Mortality）滿足：

$$\mu_x = BC^x, \quad (1)$$

其中  $B > 0$  及  $C > 1$  為模型參數。將上式改以生存機率表達，則為

$$\log p_x = -BC^x(C-1)/\log C,$$

或是

$$\log p_{x+1}/\log p_x = C. \quad (2)$$

參數  $B$  及  $C$  的估計可藉由加權最小平方法(Weighted Least Square)或最大概似估計法(Maximum Likelihood Estimation)求得，讀者可參考 Yue (2001)的介紹與方法的比較。

Gompertz 分配的特色是死力呈現指數成長，也就是死亡率隨著年齡的幾何級數增加，在死亡率的參數分配的幾個選擇中（例如：Logistic model, Kannisto model, Quadratic model 等），算是最保守（換言之，有最大的死亡率估計值）的方法。因此，可預期本文的研究結果有可能低估死亡率改善的影響。除了 Gompertz 分配外，其他常用的死亡率推估方法，諸如 Lee and Carter (1992)、Heligman and Pollard (1980)、及 SOA (Society of Actuaries)方法，讀者可參考 Boe and Tuljapurkar (1998)詳盡的文獻探討，或是 Yue, Hu, and Chang (2001)的介紹及台灣資料的實證研究。

為求計算上的方便，本文指的年金為每年領取一次，而每月、每季或其他時間範圍領取一次的計算原理也相似。首先介紹一般的年金現值純保費精算的方法：

$$\ddot{a}_x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x(t), \quad (3)$$

其中  $\ddot{a}_x(t)$  為根據第  $t$  年死亡率計算出  $x$  歲即期終身到期年金的躉繳純保費， $v^t$  為  $t$  年後的貼現值 (Discount Value)，而

${}_k p_x(t) = p_x(t) \times p_{x+1}(t) \times \cdots \times p_{x+k-1}(t)$  為由第  $t$  年死亡率得出的現年  $x$  歲可生存到  $x+k$  歲的機率。上式中假設被保險人未來的生存機率不因經濟、環境、醫療等因素的改進而改變。

由於(3)式的假設顯然與台灣的現況有一段距離，本文建議採用第一節中關於縱斷面的概念，假設第  $t$  年  $x$  歲的人會生存至  $x+k$  歲的機會為

$${}_k p_x^*(t) = p_x(t) \times p_{x+1}(t+1) \times \cdots \times p_{x+k-1}(t+k-1), \quad (4)$$

因此(3)式也須修正為：

$$\ddot{a}_x^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x^*(t). \quad (5)$$

另外，(3)式及(5)式的年齡上限都是無限大，實際上多以某一年齡為最高計算年齡，本文假設 100 歲為台灣地區居民的上限（與台灣地區的國民生命表一致），超過 100 歲者的單齡死亡率為 1，簡言之，即  $q_{99} = 1 - p_{99} = 1$ 。

## 參、實證結果

套用上一節的研究假設，本節在不同利率  $i$  ( $v = \frac{1}{1+i}$ )、年金計算時間  $t$ 、以及年金領取年齡  $x$  三個不同條件的組合下，探討(3)式及(5)式得出的純保費之差異。利率的選擇有三種：3%、5%、7%（其中 3% 為因應現行及未來近幾年低利率時期的假設）；計算時間有五種：民國 70 年、80 年、90 年、100 年、110 年；領取年齡有三種：60 歲、65 歲、70 歲。附於本文最後表二與表三為根據(3)式及(5)式計算而得的純保費之比較，按照年齡及投保時間，每個表格之下都有(5)式較(3)式多出的百分比。

大體而言，台灣地區男性近年來死亡率改善的幅度較女性高，因

此傳統的年金現值純保費計算（即(3)式）顯得較為保守；另外，歷年男性死亡率降低的情形不若女性死亡率穩定，(5)式較(3)式多出的比例並非逐年下降。值得注意的是：與大多數已開發國家相同，死亡率改善的幅度隨年齡增加而增加，因此表二及表三中平均 70 歲多出的比例較 65 歲高，而 65 歲多出的比例又比 60 歲高。若未來死亡率改善的情形確實隨年齡增長而提高，可預期若開始支領年金的年齡再延後，(3)式及(5)式得出的純保費之差異將會更大。利率的影響則一如預期，因高利率代表低的貼現值，(3)式及(5)式得出的結果應有較小的差異。

表四：假設條件與英國年金保險的純保費低估

	A 假設	B 假設	C 假設	D 假設	E 假設	F 假設	G 假設
男 性	4.6%	12.2%	15.2%	18.1%	17.3%	23.8%	26.4%
女 性	3.7%	5.4%	4.4%	6.7%	9.2%	8.7%	13.6%

註：利率為 5%，年金支領年齡為 65 歲。Willets(1999) 的使用七個假設為

A 假設→ The Annuity Guarantees Working Party

B 假設→ CMI —1999 commencement

C 假設→ Parametric — 1999 commencement

D 假設→ Cohort —1999 commencement

E 假設→ CMI — 2015 commencement

F 假設→ Parametric — 2015 commencement

G 假設→ Cohort — 2015 commencement

表四摘錄 Willets (1999)報告中表 25 與表 26 的英國推估結果，基本假設包括利率為 5%，年金支領年齡為 65 歲。其中 B 與 E 假設為英國官方的死亡率研究機構(Continuous Mortality Investigation Bureau; 簡稱 CMI Bureau)所使用；假設 C 及 F 為英國 City University 所使用的參數推估模型；假設 D 及 G 是 Willets 先計算出各年齡近年來每年的死亡率改善幅度，再利用本文之前介紹的縱斷面(Cohort; Longitudinal)為計算基礎（Willets 稱之為 Cohort Projection Basis），再分別推估各年齡未來的變化趨勢。而 B、C、D 假設 1999 年開始支領退休金給付的時間，E、F、G 則假設 2015 年開始支領。

本文以 Gompertz 假設得出的結果，與表四中的英國結果大致相似，因近年來男性死亡率改善的幅度比女性高，因此男性純保費的低估情形較為嚴重。值得注意的是本文的結果與英國的假設 A 最為接近（台灣男性 4.55%，台灣女性 3.26%），假設 A 為 The Annuity Guarantees Working Party 報告的假設，基本上令死力的對數值( $\log \mu_x$ ) 以線性模式來配適，與本文(1)式中的 Gompertz 假設相似，因此結果也最為接近，參考 Renshaw et al. (1996)對假設 A 的說明。另外，高齡死亡率改善幅度較高的效應可從表四的 D 與 G 的數值中看出，由於中老年人的死亡率改善是各年齡層之冠，Cohort 假設中純保費的低估比例均較同年的其他假設高，而 2015 年開始給付的 G 假設之低估比例甚至接近 30%。

## 肆、結論與建議

由於死亡險一直是台灣保險市場的主要商品，死亡率的改善對保險公司而言不至於產生預期外風險，至多將高估的死亡率及其保費以類似紅利的方法回饋保戶。生存險則不然，死亡率的下降對於保險公司而言是預期外的風險，長期低估或低估幅度過高勢必造成收支失衡，嚴重影響保險公司的正常運作。

有鑑於此，本文探討台灣地區死亡率的改善對年金純保費的影響，採用的台灣資料期間以西元 2001 年為中點，再列入前後 20 年的時間做比較。在死亡率降低快速的 1980 年代，一般的精算公式至少低估了 6-10%（表二及表三）的純保費；即使在 2001 年的今天，男性的純保費也低估了約 5.4%（利率以 3% 計算），肯定了我們對死亡率降低對年金純保費的影響之猜測。純保費現值低估的程度在開發中或死亡率改善快速的國家及地區，例如：1970 及 1980 年代的台灣（由表一及圖一的平均壽命的延長不難看出）、近幾年來的中國大陸、或甚至是表四中若英國滿足假設 G，其影響將會更大，更不可等閒視之。



關於本研究使用 Gompertz 死亡率模型的假設一事，雖然近年有不少研究指出，高齡死亡率隨年齡的變化其幅度應低於指數函數，Gompertz 假設有修正的必要，內政部也正在研擬是否繼續使用 Gompertz 假設編算生命表；然筆者以台灣地區 1950 至 2000 年的人口資料（歷年之中華民國台閩地區人口統計）為基礎，發現台灣地區 50 歲及 50 歲以上的中高齡民眾之死亡率並不違背 Gompertz 模型（檢定結果請參閱 Yue, 2001），因此本文仍採用 Gompertz 死亡模型的假設。其他各國有關 Gompertz 死亡率模式的實證研究，可參考 Kannisto (1994) 與 Olshansky and Carnes (1997)。

本文採用保守的 Gompertz 死亡率假設（即死亡率以指數的速度成長），因此表二及表三中的純保費現值低估的幅度並不大，但筆者認為我們也應考慮及評估其他死亡率模式之下的情形，以減輕低估死亡率改善的衝擊。事實上，雖然我們仍不能拒絕台灣高齡死亡率服從 Gompertz 模型的假設，但讀者若根據內政部的人口統計資料來計算，不難發現近十年來，中老年人的死亡率改善已成為各年齡層之冠。以台灣 1994 年至 1995 年的死亡率變化為例，75 歲及 75 歲以上老年人死亡率的改善，對平均壽命的貢獻高達 19.4%，為各年齡之首，此與 Goldman and Takahash (1996) 研究日本居民死亡率的改善所得出的結果相似，也與 Willets (1999) 根據英國資料得出的結果互相契合。尤其近年生物及基因科技的進步，可能帶動另一波死亡率的下降，屆時死亡率改善將對純保費計算造成更大的影響，因使用不適宜的精算公式 (3) 可能會得出與 Willet (表四) 類似的結果，低估的純保費幅度可能高達 30% 以上。

根據本文的研究結果，筆者建議若死亡率以現行趨勢持續降低或是其降低幅度較大時，無論是生存險或死亡險的產品，都應使用類似 (5) 式的修正公式，正視以橫斷面法替代縱斷面法所衍生的問題，進而保障消費者的權益與確保保險公司的財務健全。

表二 (1): 利率為 3% 時退休金躉繳純保費的比較 ( 男性 )

投保年齡/年份		1981	1991	2001	2011	2021
60 歲	(3)式	14.3763	15.6113	15.8916	16.3970	16.8507
	(5)式	15.5194	15.9844	16.5348	16.9820	17.3775
65 歲	(3)式	12.9269	14.1318	14.4058	14.9002	15.3444
	(5)式	14.2368	14.6759	15.1814	15.6017	15.9729
70 歲	(3)式	11.4746	12.6207	12.8814	13.3521	13.7749
	(5)式	12.7851	13.3237	13.7555	14.1389	14.4768

註:(5)式較(3)式多出的比例,以投保年齡計算:60 歲多出 4.22%,65 歲為 5.63%,70 歲為 6.95%。以投保年份計算:1981、1991、2001、2011、2021 年各多出 9.83%、3.94%、5.41%、4.72% 及 4.11%

表二 (2): 利率為 5% 時退休金躉繳純保費的比較 ( 男性 )

投保年齡/年份		1981	1991	2001	2011	2021
60 歲	(3)式	11.6025	12.4287	12.6138	12.9455	13.2412
	(5)式	12.3269	12.6300	12.9980	13.2931	13.5527
65 歲	(3)式	10.6354	11.4790	11.6687	12.0092	12.3133
	(5)式	11.5270	11.8207	12.1740	12.4638	12.7187
70 歲	(3)式	9.6280	10.4676	10.6569	10.9970	11.3010
	(5)式	10.5609	10.9548	11.2677	11.5444	11.7875

註:(5)式較(3)式多出的比例,以投保年齡計算:60 歲多出 3.19%,65 歲為 4.55%,70 歲為 5.87%。以投保年份計算:1981、1991、2001、2011、2021 年各多出 8.11%、3.08%、4.37%、3.82% 及 3.32%

表二 (3): 利率為 7% 時退休金躉繳純保費的比較 ( 男性 )

投保年齡/年份		1981	1991	2001	2011	2021
60 歲	(3)式	9.6359	10.2118	10.3393	10.5665	10.7677
	(5)式	10.1142	10.3208	10.5775	10.7809	10.9589
65 歲	(3)式	8.9610	9.5714	9.7073	9.9499	10.1654
	(5)式	9.5897	9.7917	10.0474	10.2544	10.4357
70 歲	(3)式	8.2359	8.8669	9.0080	9.2603	9.4848
	(5)式	8.9176	9.2132	9.4461	9.6512	9.8309

註:(5)式較(3)式多出的比例,以投保年齡計算:60 歲多出 2.43%,65 歲為 3.71%,70 歲為 4.98%。以投保年份計算:1981、1991、2001、2011、2021 年各多出 6.75%、2.42%、3.56%、3.10% 及 2.69%

表三 (1): 利率為 3% 時退休金躉繳純保費的比較 (女性)

投保年齡/年份		1981	1991	2001	2011	2021
60 歲	(3)式	16.9553	18.3185	18.6677	19.0924	19.3691
	(5)式	18.1799	18.7944	19.1799	19.4270	19.5846
65 歲	(3)式	15.4469	16.7832	17.1258	17.5424	17.8140
	(5)式	16.8937	17.4049	17.7215	17.9301	18.0630
70 歲	(3)式	13.8724	15.1438	15.4695	15.8654	16.1233
	(5)式	15.4328	15.8460	16.1120	16.2823	16.3906

註:(5)式較(3)式多出的比例,以投保年齡計算:60 歲多出 3.09%,65 歲為 4.03%,70 歲為 4.86%。以投保年份計算:1981、1991、2001、2011、2021 年各多出 9.28%、3.65%、3.46%、2.20% 及 1.39%

表三 (2): 利率為 5% 時退休金躉繳純保費的比較 (女性)

投保年齡/年份		1981	1991	2001	2011	2021
60 歲	(3)式	13.3090	14.1848	14.4066	14.6751	14.8494
	(5)式	14.0405	14.4515	14.7077	14.8713	14.9754
65 歲	(3)式	12.3831	13.2868	13.5162	13.7942	13.9747
	(5)式	13.3248	13.6796	13.8981	14.0421	14.1337
70 歲	(3)式	11.3709	12.2759	12.5059	12.7846	12.9657
	(5)式	12.4571	12.7563	12.9483	13.0711	13.1491

註:(5)式較(3)式多出的比例,以投保年齡計算:60 歲多出 2.33%,65 歲為 3.26%,70 歲為 4.13%。以投保年份計算:1981、1991、2001、2011、2021 年各多出 7.55%、2.92%、2.82%、1.79% 及 1.13%

表三 (3): 利率為 7% 時退休金躉繳純保費的比較 (女性)

投保年齡/年份		1981	1991	2001	2011	2021
60 歲	(3)式	10.8137	11.4016	11.5489	11.7265	11.8412
	(5)式	11.2675	11.5548	11.7326	11.8458	11.9178
65 歲	(3)式	10.2147	10.8475	11.0066	11.1987	11.3231
	(5)式	10.8485	11.1035	11.2596	11.3626	11.4280
70 歲	(3)式	9.5362	10.1979	10.3648	10.5665	10.6970
	(5)式	10.3126	10.5352	10.6776	10.7685	10.8263

註:(5)式較(3)式多出的比例,以投保年齡計算:60 歲多出 1.76%,65 歲為 2.65%,70 歲為 3.52%。以投保年份計算:1981、1991、2001、2011、2021 年各多出 6.18%、2.34%、2.30%、1.46% 及 0.93%

## 參考文獻

- Boe, C., and Tuljapurkar, S. (1998), Mortality Change and Forecasting: How Much and How Little Do We Know? *North American Actuarial Journal*, 2(4), 13-47.
- Department of Statistics, Ministry of Interior, R.O.C. (1994), *Life Tables of Taiwan Area: Republic of China 1989-1991*.
- Goldman, N. and Takahashi, S. (1996), Old-Age Mortality in Japan: Demographic and Epidemiological Perspectives, in “*Health and Mortality Among Elderly Populations*” edited by Caselli, G. and Lopez, A. D., Oxford University Press, New York.
- Heligman, L. and Pollard, J. H. (1980), The Age Pattern of Mortality, *Journal of the Institute of Actuaries*, 107, 49-75.
- Kannisto, V. (1994), Development of Oldest-Old Mortality, 1950-1990: Evidence from 28 Developed Countries, *Odense University*.
- Lee, R. D. and Carter, L. R. (1992), Modeling and Forecasting U.S. Mortality, *Journal of the American Statistical Association*, 87 (419), 659-675.
- Olshansky, S. J. and Carnes, B. A. (1997), Ever Since Gompertz, *Demography*, 34(1), 1-15.
- Renshaw, A.E., Haberman S., and Hatzopoulos P. (1996), The Modelling of the Recent Mortality Trends in United Kingdom Male Assured Lives, *British Actuarial Journal*, 2, 449-477.
- Tuljapurkar, S. and Boe, C. (1998), Mortality Change and Forecasting: How Much and How Little Do We Know?, *North American Actuarial Journal*, 2(4), 13-47.
- Willets, R. (1999), Mortality in the Next Millennium, Paper presented in *the Staple Inn Actuarial Society*, December 1999.
- Wilmoth, J. (1996), Mortality Projections for Japan: A Comparison of Four Methods, in *Health and Mortality Among Elderly Populations*, Caselli and Lopez (editors), 266-287.
- 余清祥(1997), *修勻：統計在保險的應用*。台北雙業書局。
- Yue, C. J. (2001), Do Oldest-Old Mortality Rates Follow the Gompertz's

Law: A Proposed Procedure for Identification, 發表於2001年中華民國人口學會年會。

Yue, C. J., Hu, Y., and Chang, C. (2001), A Ratio Method for Old Age Mortality Projection Based on Incomplete Data: The Case in Taiwan, 台大人口學刊, 22, 1-18。