

# 台灣地區死亡率現況的實證研究

余清祥\* 連宏銘\*\*

## 摘要

根據財政部 78.6.19.台財融第 780163364 號函，壽險公司計算保費以「台灣壽險業第三回經驗生命表」(1989 TSO) 之百分之九十計算，此乃因醫學發達等因素，死亡率有逐年下降的趨勢而作的保費計算調整。但依照台灣壽險業第三回經驗生命表打九折，代表台灣地區現階段死亡率的數字是否恰當，鮮少有研究提及。本文以台灣壽險八十至八十四觀察年度單一年齡男性 15 至 74 歲粗死亡率為依據，使用 Whittaker 及核(Kernel)估計法修勻死亡率，與台灣壽險業第三回經驗生命表打九折作比較。

關鍵詞：死亡率，修勻，純保費，第三回經驗生命表(1989TSO)

## 壹、緒論

台灣地區壽險業者的費率計算基礎，在民國五十一年至六十一年二月間，因壽險業欠缺經營經驗，由政府明令業者使用「日本第九回表」(使用時間：民國五十一年至五十七年)及「台灣省居民男性生命表」(又稱台三表，使用時間：民國五十七年至六十四年)。之後，壽險公會籌劃生命表編制，分別於民國六十四年完成「台灣壽險業經驗生命表」或第一回經驗生命表(1974 Taiwan Standard Ordinary Experience Mortality Rate；1974 TSO)，以及民國七十三年第二回經驗生命表(1984 TSO)，與民國七十八年的第三回經驗生命表(1989 TSO)，之後則未再更新經驗生命表。

---

\* 余清祥先生：國立政治大學統計系副教授

以第三回經驗生命表為例，依據的是民國六十一年一月一日至七十年十二月三十一日投保，而在七十一年一月一日有效的保戶資料，使用的資料距離現在已將近二十年。從民國六十一年至今的二十餘年間，因為醫療品質的進步、國民所在與經濟生活的提高，我國國民的死亡率呈現逐年下降的趨勢，各年齡的平均餘命也有顯著的增加。例如台灣地區出生的男嬰在民國六十一年有 67.56 歲的預期壽命，到民國七十年增加到 69.74 歲，以及民國八十五年的 71.94 歲(參考表一)，平均每十年約增加兩歲的預期壽命，增加幅度相當可觀。

表一：台灣地區男、女性出生時平均餘命

| 年別<br>(光復前) | 平均餘命(年) |       | 年別<br>(光復後) | 平均餘命(年) |       |
|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|
|             | 男       | 女     |             | 男       | 女     |
| 1906        | 28.91   | 30.49 | 1950        | 53.05   | 55.69 |
| 1910        | 33.23   | 36.77 | 1955        | 59.56   | 62.75 |
| 1915        | 30.02   | 33.03 | 1960        | 62.31   | 66.40 |
| 1920        | 29.08   | 31.25 | 1965        | 65.10   | 69.71 |
| 1925        | 35.72   | 40.37 | 1970        | 66.66   | 71.56 |
| 1930        | 42.45   | 46.95 | 1975        | 68.27   | 73.42 |
| 1935        | 41.43   | 45.50 | 1980        | 69.56   | 74.54 |
| 1940        | 41.58   | 46.62 | 1985        | 70.82   | 75.81 |
| 1943        | 42.33   | 51.50 | 1990        | 71.33   | 76.75 |
|             |         |       | 1996        | 71.94   | 77.81 |

資料來源：內政部統計處編印「中華民國 85 年台閩地區簡易生命表」

然而死亡率的下降並未適度的反映在壽險業使用的生命表，自民國七十八年的第三回經驗生命表後，尚未有編制反映現況的經驗生命表的動作，僅有財政部發函要求保費以 1989TSO 各年齡別死亡率的 90% 為基準計算。但這樣的調整必須在所有年齡別死亡率都等比例下降方能成立，而死亡率打九折是否能完全反映我國的現狀也是另一未獲肯定的問題。本研究即針對 1989TSO 死亡率打九折的問題，以台灣壽險八十至八十四觀察年度的男性死亡率為根據，探討現行規定的死亡率數值是否適宜。第二節先介紹使用 Whittaker 修勻法與核估計法，比較修勻所得的死亡率估計值與 1989TSO 死亡率打九折的差異，同時探討這個差異在計算純保費的可能影響。

\*\* 連宏銘先生：國立政治大學風險管理與保險研究所研究生

## 貳、死亡率修勻值與 90% 的死亡率之比較

本節以台灣壽險業八十至八十四觀察年度單一年齡男性 15 至 74 歲粗死亡率為基本資料（表二），利用修勻方法期使死亡率修勻值具有平滑性(Fit)及適度性(Smoothness)，並與 90% 的 1989TSO 死亡率作一比較，再分別計算定期壽險的純保費(Pure premium)，比較純保費的差異。

### 一、Whittaker 修勻法<sup>1</sup>

此種修勻方法結合了平滑性與適度性兩者，為一線性組合，其形式為  $M = F + hS$ ，其中  $F$  為適度性，而  $S$  為平滑性， $h$  為非負常數。所謂適度性代表修勻值與原始值兩者間之接近程度，而平滑性指修勻值間勻稱平滑。若為了提高適度性通常會犧牲平滑性，使  $S$  值變大；反之，若執著於平滑性則易造成修勻值與原始值間的距離過大，產生較大的  $F$  值，因此如何兼顧適度性與平滑性，其參數的選取扮演重要的角色。

通常  $F$  大多會選取  $F_2$  作為適度性函數，即  $F_2 = \sum_{x=1}^n w_x (v_x - u_x)^2$ ，測量修勻值與原始值間的平方距離； $S$  則一般採取  $z$  次差分的平方和，即  $S = \sum_i (\Delta^z v_i)^2$ ，測量修勻值是否滿足  $z-1$  次多項式。結合適度性與平滑性函數可得：

$$M = F + hS = \sum_{x=1}^n w_x (v_x - u_x)^2 + h \sum_{x=1}^{n-z} (\Delta^z v_x)^2$$

其中  $u_x$  代表原始死亡率估計值，而  $w_x$  代表暴露數， $v_x$  乃藉由使  $M$  最小化所求得之修勻值。為了使修勻值較具平滑性，一般在死亡率修勻的選擇是假設  $z = 3$ ； $h$  代表平滑性與適度性的加權比重， $h$  值的大小會影響平滑性，當  $h \rightarrow 0$  時修勻值愈接近原始值， $h \rightarrow \infty$  時修勻值愈平滑，過於極端都會喪失原始估計值所蘊含之資訊，在此選取  $h = 100$ 、 $1000$ 、 $10000$ 、 $100000$  的情況作比較；加權數  $w_x$  為暴露數  $n_x$  (Exposures)。將這些參數值代入原始估計值(台灣壽險業八十至八十四觀察年度資料)，與標準表 (1989TSO) 死亡率之比值作修勻，得出比值修勻值再乘上標準表之死亡率，即為所需修勻值。因此為了兼顧平滑性與適度性，使兩者

1 參閱余清祥，修勻：統計在保險上的應用，雙葉書廊，pp57~72，民國 86 年 9 月

的加權比例相當，最後選擇  $h = 100000$  所得之修勻值與 90% 的 1989TSO 之死亡率作比較。由圖一可以清楚看出 90% 的 1989TSO 之死亡率在 57 歲前(除了 15 歲之外)皆高於修勻值，但不超過 0.001；而約在 60 歲之後其差額逐漸拉大。表三中的第四欄及第八欄表示修勻值與 1989TSO 之比值，其比例多數在 60% 至 80% 間震盪，並不集中在某一數值附近。另外，由於 70 歲之後每年的暴露人數不超過 20,000，因此其修勻值較不穩定，需另行考慮無母數方法較佳。

表二：台灣壽險業八十至八十四觀察年度單一年齡男性 15 歲至 74 歲粗死亡率

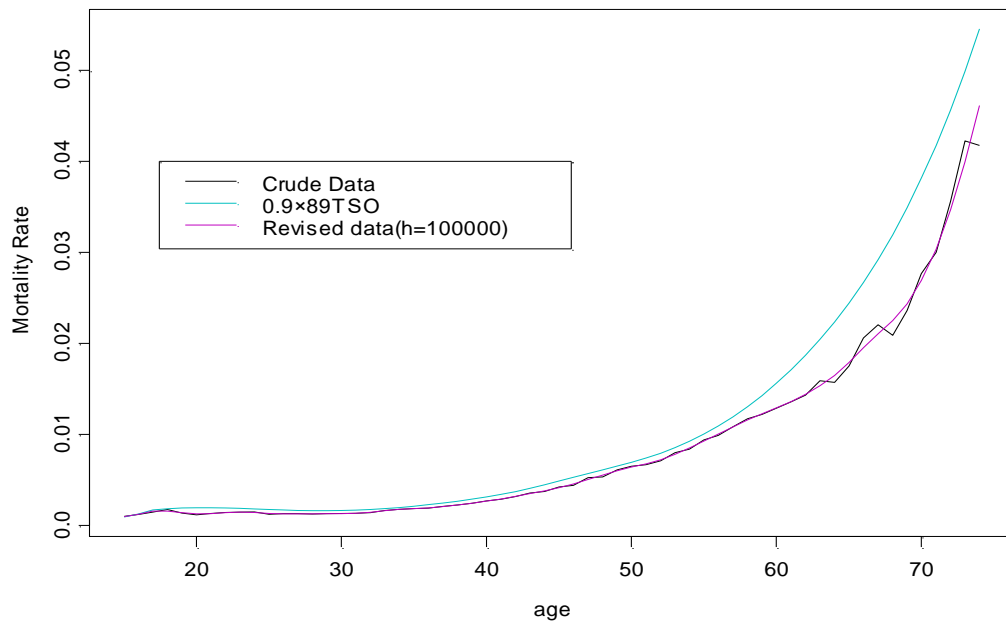
| age<br>年齡 | $n_x$<br>暴露人數 | $d_x$<br>死亡人數 | $q_x$<br>粗死亡率 | age<br>年齡 | $n_x$<br>暴露人數 | $d_x$<br>死亡人數 | $q_x$<br>粗死亡率 |
|-----------|---------------|---------------|---------------|-----------|---------------|---------------|---------------|
| 15        | 242188        | 238           | 0.00098271    | 45        | 393333        | 1662          | 0.00422543    |
| 16        | 297402        | 360           | 0.00121048    | 46        | 333507        | 1471          | 0.00441070    |
| 17        | 327131        | 482           | 0.00147342    | 47        | 289241        | 1519          | 0.00525168    |
| 18        | 352389        | 619           | 0.00175658    | 48        | 257649        | 1375          | 0.00533672    |
| 19        | 368168        | 497           | 0.00134993    | 49        | 236678        | 1446          | 0.00610957    |
| 20        | 360702        | 419           | 0.00116162    | 50        | 227746        | 1479          | 0.00649408    |
| 21        | 364646        | 483           | 0.00132457    | 51        | 223238        | 1492          | 0.00668345    |
| 22        | 418491        | 596           | 0.00142416    | 52        | 211323        | 1500          | 0.00709814    |
| 23        | 481549        | 709           | 0.00147233    | 53        | 197762        | 1581          | 0.00799446    |
| 24        | 528170        | 781           | 0.00147869    | 54        | 185234        | 1554          | 0.00838939    |
| 25        | 571176        | 707           | 0.00123780    | 55        | 168303        | 1582          | 0.00939971    |
| 26        | 602262        | 782           | 0.00129844    | 56        | 149740        | 1481          | 0.00989048    |
| 27        | 635093        | 823           | 0.00129587    | 57        | 135214        | 1466          | 0.01084207    |
| 28        | 665198        | 830           | 0.00124775    | 58        | 123192        | 1446          | 0.01173778    |
| 29        | 695550        | 903           | 0.00129825    | 59        | 112541        | 1373          | 0.01220000    |
| 30        | 728784        | 953           | 0.00130766    | 60        | 103790        | 1336          | 0.01287215    |
| 31        | 735121        | 989           | 0.00134536    | 61        | 94580         | 1284          | 0.01357581    |
| 32        | 742758        | 1043          | 0.00140423    | 62        | 85852         | 1230          | 0.01432698    |
| 33        | 743508        | 1218          | 0.00163818    | 63        | 78055         | 1241          | 0.01589905    |
| 34        | 733489        | 1300          | 0.00177235    | 64        | 70859         | 1114          | 0.01572136    |
| 35        | 734491        | 1355          | 0.00184481    | 65        | 63374         | 1110          | 0.01751507    |
| 36        | 722998        | 1369          | 0.00189350    | 66        | 53626         | 1105          | 0.02060568    |
| 37        | 708796        | 1490          | 0.00210216    | 67        | 44624         | 984           | 0.02205091    |
| 38        | 690989        | 1545          | 0.00223593    | 68        | 36019         | 752           | 0.02087787    |
| 39        | 678681        | 1658          | 0.00244297    | 69        | 28808         | 680           | 0.02360455    |
| 40        | 653003        | 1761          | 0.00269677    | 70        | 21573         | 597           | 0.02767348    |
| 41        | 611360        | 1756          | 0.00287228    | 71        | 15564         | 467           | 0.03000514    |
| 42        | 567561        | 1803          | 0.00317675    | 72        | 10273         | 366           | 0.03562737    |
| 43        | 518766        | 1853          | 0.00357194    | 73        | 6034          | 255           | 0.04226052    |
| 44        | 462622        | 1724          | 0.00372658    | 74        | 2826          | 118           | 0.04175513    |

資料來源：台北市人壽保險商業同業公會，「台灣壽險業個人壽險年度經驗死亡率及解約失效率研究報告(民國八十四觀察年度)」，民國 87 年 3 月。

表三：90%的 1989TSO 與 Whittaker( $w_x = n_x$ )死亡率修勻值表

| 年<br>齡 | 90%TSO<br>(1) | 死亡率修勻值<br>(2) | (2)/100%TSO | 年<br>齡 | 90%TSO<br>(1) | 死亡率修勻值<br>(2) | (2)/100%TS<br>O |
|--------|---------------|---------------|-------------|--------|---------------|---------------|-----------------|
| 15     | 0.00092610    | 0.00097238    | 0.9449757   | 45     | 0.00487800    | 0.00414960    | 0.7656089       |
| 16     | 0.00125460    | 0.00122263    | 0.8770660   | 46     | 0.00529740    | 0.00455422    | 0.7737377       |
| 17     | 0.00170100    | 0.00156402    | 0.8275238   | 47     | 0.00571140    | 0.00505448    | 0.7964828       |
| 18     | 0.00183060    | 0.00156895    | 0.7713618   | 48     | 0.00611190    | 0.00552717    | 0.8138963       |
| 19     | 0.00191070    | 0.00140230    | 0.6605276   | 49     | 0.00651510    | 0.00600709    | 0.8298232       |
| 20     | 0.00194760    | 0.00126252    | 0.5834196   | 50     | 0.00693990    | 0.00641286    | 0.8316509       |
| 21     | 0.00194940    | 0.00129651    | 0.5985734   | 51     | 0.00740610    | 0.00676600    | 0.8222141       |
| 22     | 0.00192330    | 0.00140847    | 0.6590875   | 52     | 0.00793530    | 0.00721277    | 0.8180526       |
| 23     | 0.00187650    | 0.00146906    | 0.7045851   | 53     | 0.00854370    | 0.00781946    | 0.8237080       |
| 24     | 0.00181710    | 0.00142377    | 0.7051857   | 54     | 0.00924120    | 0.00850731    | 0.8285265       |
| 25     | 0.00175320    | 0.00131510    | 0.6751027   | 55     | 0.01003320    | 0.00926376    | 0.8309795       |
| 26     | 0.00169380    | 0.00127875    | 0.6794633   | 56     | 0.01092510    | 0.01003430    | 0.8266167       |
| 27     | 0.00164700    | 0.00127476    | 0.6965902   | 57     | 0.01192500    | 0.01083009    | 0.8173653       |
| 28     | 0.00161910    | 0.00127086    | 0.7064258   | 58     | 0.01303650    | 0.01159173    | 0.8002575       |
| 29     | 0.00161370    | 0.00128612    | 0.7173006   | 59     | 0.01426590    | 0.01226811    | 0.7739644       |
| 30     | 0.00163170    | 0.00130363    | 0.7190458   | 60     | 0.01561770    | 0.01291246    | 0.7441053       |
| 31     | 0.00167580    | 0.00134169    | 0.7205639   | 61     | 0.01709640    | 0.01360349    | 0.7161239       |
| 32     | 0.00174690    | 0.00143910    | 0.7414219   | 62     | 0.01870560    | 0.01440328    | 0.6929985       |
| 33     | 0.00184590    | 0.00161161    | 0.7857679   | 63     | 0.02045340    | 0.01534848    | 0.6753709       |
| 34     | 0.00197100    | 0.00175914    | 0.8032603   | 64     | 0.02235690    | 0.01647073    | 0.6630462       |
| 35     | 0.00211860    | 0.00184616    | 0.7842651   | 65     | 0.02443500    | 0.01790928    | 0.6596420       |
| 36     | 0.00228510    | 0.00192812    | 0.7594013   | 66     | 0.02670750    | 0.01953596    | 0.6583306       |
| 37     | 0.00246780    | 0.00207303    | 0.7560284   | 67     | 0.02919420    | 0.02105120    | 0.6489673       |
| 38     | 0.00266490    | 0.00224542    | 0.7583316   | 68     | 0.03191580    | 0.02249786    | 0.6344216       |
| 39     | 0.00288180    | 0.00244805    | 0.7645378   | 69     | 0.03489660    | 0.02433345    | 0.6275713       |
| 40     | 0.00312480    | 0.00267104    | 0.7693088   | 70     | 0.03816000    | 0.02690471    | 0.6345450       |
| 41     | 0.00340110    | 0.00290251    | 0.7680630   | 71     | 0.04173300    | 0.03034516    | 0.6544136       |
| 42     | 0.00371610    | 0.00318764    | 0.7720126   | 72     | 0.04563900    | 0.03470076    | 0.6842982       |
| 43     | 0.00407430    | 0.00350570    | 0.7743981   | 73     | 0.04990410    | 0.03995468    | 0.7205663       |
| 44     | 0.00446580    | 0.00380114    | 0.7660500   | 74     | 0.05456430    | 0.04614747    | 0.7611703       |

### Whittaker Graduation( $w_x=n_x$ )



圖一：Whittaker 死亡率修勻值與 90%1989TSO 死亡率之比較

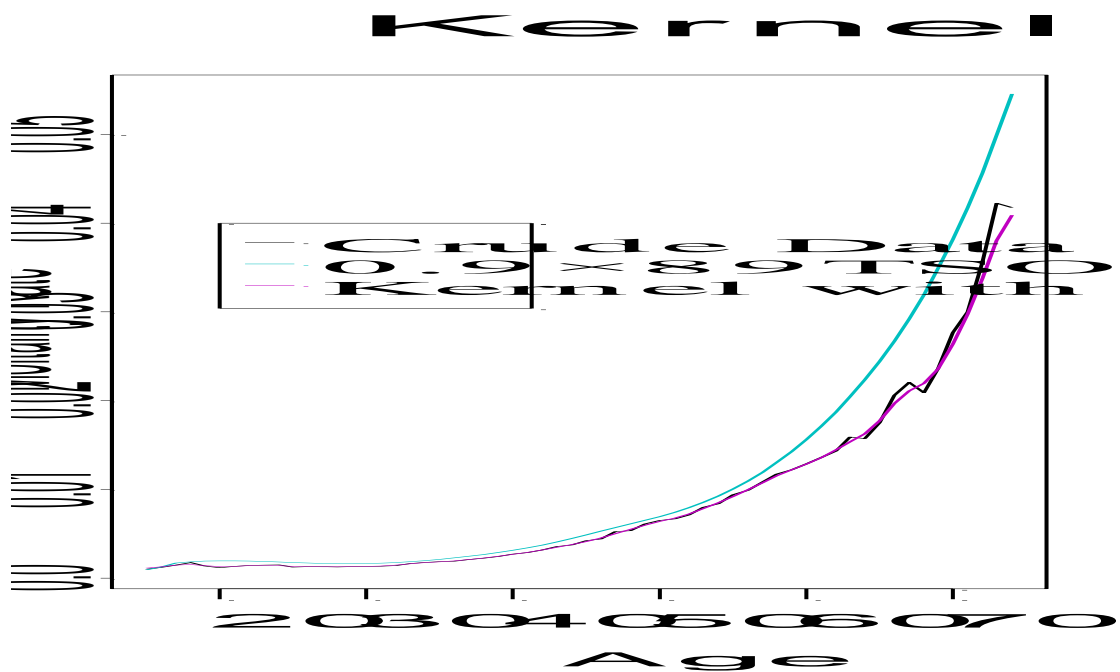
表三死亡率的不同在純保費上有更大的差異，以下茲列舉定期壽險為例：

比較投保年齡 20 歲至 50 歲之男性，購買 20 年定期壽險保單，保險金額為 1,000,000 元，保單預定利率為 6.25%，採躉繳保費，根據表三的死亡率可計算出兩者的純保費，結果列於表四。

由表四可看出若以保費金額而言，當投保年齡愈大，則現行計算之保費與以修勻值計算出的保費兩者相差愈大；若以超收比率來看，在兩端的 20 歲與 50 歲附近有較高的趨勢。無論以金額或比例來看，現行保費採用 90% 的 1989TSO 死亡率都偏高，對保戶並不公平。

表四：以 90%之 1989TSO 與以 Whittaker( $w_x = n_x$ )死亡率修勻  
值計算定期壽險躉繳純保費

| 投保年齡 | 90%的 89TSO<br>計算之純保費 | 根據修勻值計<br>算之純保費 | 兩者差額   | 現行保費超<br>收的比率% |
|------|----------------------|-----------------|--------|----------------|
| 20   | 21,649               | 16,893          | 4,756  | 28.15          |
| 21   | 21,959               | 17,464          | 4,495  | 25.74          |
| 22   | 22,367               | 18,103          | 4,264  | 23.55          |
| 23   | 22,919               | 18,754          | 4,165  | 22.21          |
| 24   | 23,658               | 19,477          | 4,181  | 21.47          |
| 25   | 24,616               | 20,378          | 4,238  | 20.80          |
| 26   | 25,817               | 21,546          | 4,271  | 19.82          |
| 27   | 27,274               | 22,941          | 4,333  | 18.89          |
| 28   | 28,985               | 24,571          | 4,414  | 17.96          |
| 29   | 30,944               | 26,442          | 4,502  | 17.03          |
| 30   | 33,143               | 28,549          | 4,594  | 16.09          |
| 31   | 35,577               | 30,883          | 4,694  | 15.20          |
| 32   | 38,246               | 33,419          | 4,827  | 14.44          |
| 33   | 41,154               | 36,139          | 5,015  | 13.88          |
| 34   | 44,308               | 39,021          | 5,287  | 13.55          |
| 35   | 47,723               | 42,124          | 5,599  | 13.29          |
| 36   | 51,414               | 45,537          | 5,877  | 12.91          |
| 37   | 55,405               | 49,284          | 6,121  | 12.42          |
| 38   | 59,725               | 53,329          | 6,396  | 11.99          |
| 39   | 64,405               | 57,651          | 6,754  | 11.72          |
| 40   | 69,475               | 62,210          | 7,265  | 11.68          |
| 41   | 74,960               | 66,991          | 7,969  | 11.90          |
| 42   | 80,877               | 72,011          | 8,866  | 12.31          |
| 43   | 87,242               | 77,259          | 9,983  | 12.92          |
| 44   | 94,065               | 82,755          | 11,310 | 13.67          |
| 45   | 101,371              | 88,576          | 12,795 | 14.45          |
| 46   | 109,196              | 94,770          | 14,426 | 15.22          |
| 47   | 117,597              | 101,347         | 16,250 | 16.03          |
| 48   | 126,642              | 108,204         | 18,438 | 17.04          |
| 49   | 136,413              | 115,360         | 21,053 | 18.25          |
| 50   | 146,979              | 122,913         | 24,066 | 19.58          |



圖二：kernel 死亡率修勻值與 90%的 1989TSO 死亡率之比較

## 二、核估計法 (Kernel Method) <sup>2</sup>

核估計法之原理乃藉由觀察值及核函數(Kernel Function)的作用，估計觀察值之密度函數，而核函數  $k(x)$  需滿足  $\int_{-\infty}^{\infty} k(x)dx = 1$ ，通常核函數為常態分配函數或 Laplace 函數，在精算上之死亡率核估計修勻主要類型有二：

$$\hat{q}_x^1 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{q}'_i k\left(\frac{x-x_i}{h}\right)}{\sum_{i=1}^n k\left(\frac{x-x_i}{h}\right)} \quad \text{與} \quad \hat{q}_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n d_i k\left(\frac{x-x_i}{h}\right)}{\sum_{i=1}^n e_i k\left(\frac{x-x_i}{h}\right)},$$

其中  $\hat{q}_x^1$  為對死亡率原始估計值作平均， $\hat{q}_x^2$  則為採用各年齡之死亡數與暴露數作加權平均；而  $\hat{q}'_i$  為死亡率  $q_i$  的原始估計值， $d_i$  為死亡人數， $e_i$  為暴露數； $h$  為環寬 (Bandwidth)，主要功能在控制各觀察值之加權比例。一般而言， $h$  是核估計法中影響最大的參數，藉此可決定修勻的範圍(Range)， $h$  較小時僅有較接近  $x$

<sup>2</sup> 參閱余清祥，修勻：統計在保險上的應用，雙葉書廊，pp170~178，民國 86 年 9 月



點的  $x_i$  對核估計值有貢獻；反之，則有較多的  $x_i$  對核估計值較有貢獻， $h$  的角色與 Whittaker 修勻法中目標函數  $F + hS$  之  $h$  類似。

**表五：90%1989TSO 與 kernel 死亡率修勻值表**

| 年齡 | 90%TSO<br>(1) | 死亡率修勻值<br>(2) | (2)/100%TSO | 年齡 | 90%TSO<br>(1) | 死亡率修勻值<br>(2) | (2)/100%TSO |
|----|---------------|---------------|-------------|----|---------------|---------------|-------------|
| 15 | 0.00092610    | 0.00111725    | 1.0857658   | 45 | 0.00487800    | 0.00411564    | 0.7593432   |
| 16 | 0.00125460    | 0.00127531    | 0.9148544   | 46 | 0.00529740    | 0.00452052    | 0.7680116   |
| 17 | 0.00170100    | 0.00146204    | 0.7735672   | 47 | 0.00571140    | 0.00500071    | 0.7880093   |
| 18 | 0.00183060    | 0.00152718    | 0.7508250   | 48 | 0.00611190    | 0.00547448    | 0.8061372   |
| 19 | 0.00191070    | 0.00140577    | 0.6621597   | 49 | 0.00651510    | 0.00596983    | 0.8246761   |
| 20 | 0.00194760    | 0.00129503    | 0.5984418   | 50 | 0.00693990    | 0.00640176    | 0.8302114   |
| 21 | 0.00194940    | 0.00132512    | 0.6117825   | 51 | 0.00740610    | 0.00676314    | 0.8218669   |
| 22 | 0.00192330    | 0.00140812    | 0.6589247   | 52 | 0.00793530    | 0.00722275    | 0.8191840   |
| 23 | 0.00187650    | 0.00144221    | 0.6917094   | 53 | 0.00854370    | 0.00783546    | 0.8253929   |
| 24 | 0.00181710    | 0.00139968    | 0.6932556   | 54 | 0.00924120    | 0.00849737    | 0.8275586   |
| 25 | 0.00175320    | 0.00132274    | 0.6790262   | 55 | 0.01003320    | 0.00920728    | 0.8259135   |
| 26 | 0.00169380    | 0.00128929    | 0.6850654   | 56 | 0.01092510    | 0.00994669    | 0.8193995   |
| 27 | 0.00164700    | 0.00128144    | 0.7002377   | 57 | 0.01192500    | 0.01074859    | 0.8112140   |
| 28 | 0.00161910    | 0.00127794    | 0.7103602   | 58 | 0.01303650    | 0.01153175    | 0.7961169   |
| 29 | 0.00161370    | 0.00129145    | 0.7202755   | 59 | 0.01426590    | 0.01220191    | 0.7697879   |
| 30 | 0.00163170    | 0.00131726    | 0.7265621   | 60 | 0.01561770    | 0.01284295    | 0.7400998   |
| 31 | 0.00167580    | 0.00136450    | 0.7328142   | 61 | 0.01709640    | 0.01356903    | 0.7143101   |
| 32 | 0.00174690    | 0.00146206    | 0.7532519   | 62 | 0.01870560    | 0.01444029    | 0.6947793   |
| 33 | 0.00184590    | 0.00160863    | 0.7843169   | 63 | 0.02045340    | 0.01535723    | 0.6757558   |
| 34 | 0.00197100    | 0.00174316    | 0.7959626   | 64 | 0.02235690    | 0.01627177    | 0.6550369   |
| 35 | 0.00211860    | 0.00184096    | 0.7820565   | 65 | 0.02443500    | 0.01773218    | 0.6531189   |
| 36 | 0.00228510    | 0.00194264    | 0.7651189   | 66 | 0.02670750    | 0.01966856    | 0.6627990   |
| 37 | 0.00246780    | 0.00208525    | 0.7604861   | 67 | 0.02919420    | 0.02110467    | 0.6506155   |
| 38 | 0.00266490    | 0.00225626    | 0.7619912   | 68 | 0.03191580    | 0.02194976    | 0.6189656   |
| 39 | 0.00288180    | 0.00245288    | 0.7660472   | 69 | 0.03489660    | 0.02357355    | 0.6079730   |
| 40 | 0.00312480    | 0.00266836    | 0.7685374   | 70 | 0.03816000    | 0.02637390    | 0.6220260   |
| 41 | 0.00340110    | 0.00290200    | 0.7679286   | 71 | 0.04173300    | 0.02974188    | 0.6414035   |
| 42 | 0.00371610    | 0.00317921    | 0.7699709   | 72 | 0.04563900    | 0.03376508    | 0.6658465   |
| 43 | 0.00407430    | 0.00348148    | 0.7690477   | 73 | 0.04990410    | 0.03803238    | 0.6858984   |
| 44 | 0.00446580    | 0.00377843    | 0.7614740   | 74 | 0.05456430    | 0.04090829    | 0.6747537   |

表六：比較以 90%之 1989TSO 與以 Kernel( $h = 1$ )死亡率修勻值計算定期壽險躉繳純保費

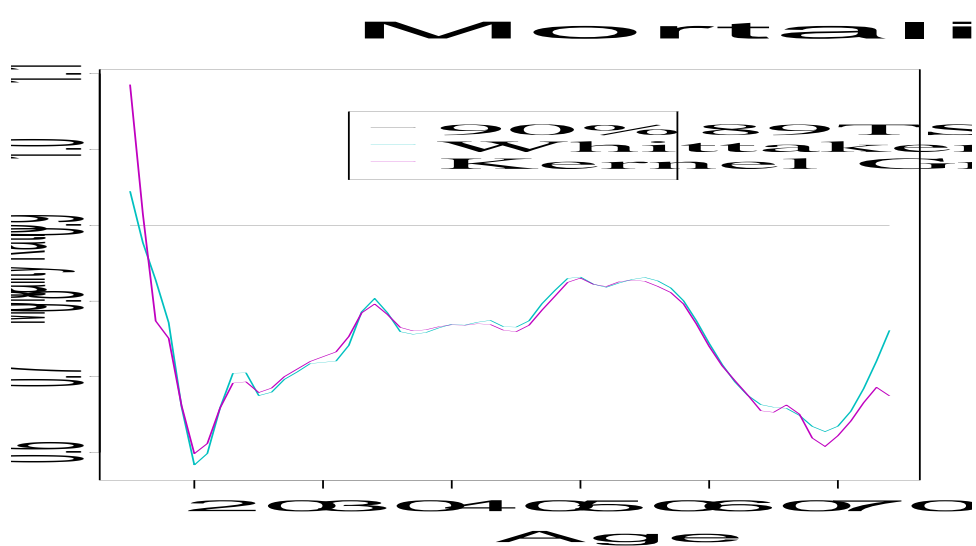
| 投保年齡 | 90%的 89TSO 計算之純保費 | 根據修勻值計算之純保費 | 兩者差額   | 現行保費超收的比率% |
|------|-------------------|-------------|--------|------------|
| 20   | 21,649            | 16,967      | 4,682  | 28.03      |
| 21   | 21,959            | 17,508      | 4,451  | 25.67      |
| 22   | 22,367            | 18,122      | 4,245  | 23.53      |
| 23   | 22,919            | 18,771      | 4,148  | 22.19      |
| 24   | 23,658            | 19,515      | 4,143  | 21.42      |
| 25   | 24,616            | 20,436      | 4,180  | 20.74      |
| 26   | 25,817            | 21,590      | 4,227  | 19.78      |
| 27   | 27,274            | 22,967      | 4,307  | 18.87      |
| 28   | 28,985            | 24,577      | 4,408  | 17.96      |
| 29   | 30,944            | 26,425      | 4,519  | 17.04      |
| 30   | 33,143            | 28,516      | 4,627  | 16.11      |
| 31   | 35,577            | 30,831      | 4,746  | 15.23      |
| 32   | 38,246            | 33,341      | 4,905  | 14.48      |
| 33   | 41,154            | 36,035      | 5,119  | 13.92      |
| 34   | 44,308            | 38,920      | 5,388  | 13.58      |
| 35   | 47,723            | 42,029      | 5,694  | 13.32      |
| 36   | 51,414            | 45,426      | 5,988  | 12.94      |
| 37   | 55,405            | 49,128      | 6,277  | 12.46      |
| 38   | 59,725            | 53,130      | 6,595  | 12.04      |
| 39   | 64,405            | 57,413      | 6,992  | 11.76      |
| 40   | 69,475            | 61,936      | 7,539  | 11.73      |
| 41   | 74,960            | 66,685      | 8,275  | 11.95      |
| 42   | 80,877            | 71,679      | 9,198  | 12.37      |
| 43   | 87,242            | 76,926      | 10,316 | 12.98      |
| 44   | 94,065            | 82,427      | 11,638 | 13.72      |
| 45   | 101,371           | 88,200      | 13,171 | 14.51      |
| 46   | 109,196           | 94,359      | 14,837 | 15.29      |
| 47   | 117,597           | 100,977     | 16,620 | 16.09      |
| 48   | 126,642           | 107,877     | 18,765 | 17.09      |
| 49   | 136,413           | 114,929     | 21,484 | 18.32      |
| 50   | 146,979           | 122,312     | 24,667 | 19.68      |

由於  $\hat{q}_x^1$  為原始估計值  $\hat{q}_i'$  之線性組合，不能反映每個估計值之資料數量，容易造成少數幾個極端值(Outlier)改變全體死亡率修勻之結果，故本文則採用  $\hat{q}_x^2$  考慮暴露數與死亡人數作加權平均，並假設環寬  $h$  代表常態分配的標準差。在不同

的環寬  $h$  下，當  $h$  越大時，加重平滑性則死亡率因年齡增加而向下移動，為了顧及適度性並不失平滑性，茲選取參數環寬  $h=1$  作修勻，並且與 90% 的 1989TSO 死亡率作比較。由圖二與表五可以清楚看出 90% 的 1989TSO 之死亡率除了在 15、16 歲之外皆高於修勻值，大約在 60 歲之後其差額逐漸拉大，此與 Whittaker 修勻法的結果大致吻合。但因為核估計法的原理是考慮前後幾項的加權平均，在高齡時雖然暴露人數較少，在 70 歲以後的修勻值仍然很穩定，此與 Whittaker 不甚相同。

根據藍雪川、陳啟崇(1993)於「移動加權平均修勻方法之介紹」一文中，採用 MWA(Moving Weighted Average)方法作修勻，此與核估計法一樣皆採用加權平均的觀念，然而 MWA 方法最大缺點在於兩極端值無法作修勻，而核估計法最大的優點在於可以對兩極端值作修勻，且核估計法並不限制修勻的死亡率  $q_x$  需為整數值，亦不需求原始估計值所在的各年齡具有任何特性，因此核估計法所得到的修勻值是一條完整的曲線，不需再作內插法或外插法計算非整數年齡，故核修勻可視為 MWA 之連續型推廣。

延續 Whittaker 修勻法的作法，比較 90% 之 1989TSO 與核修勻方法所得之修勻值，分別計算 20 年定期壽險之躉繳純保費。由表六不難看出當投保年齡愈大，則現行計算之保費與以修勻值計算出的保費兩者金額相差愈大，此結果與 Whittaker 修勻法所得之結果一致；而以超收比率來看，在兩端的 20 歲與 50 歲附近也有較高的趨勢。



圖三、兩種死亡率修勻值與 1989TSO 之比較

### 三、討論

第二節中我們選用了兩種方法修勻台灣壽險業八十至八十四觀察年度單一年齡男性 15 至 74 歲粗死亡率，其中 Whittaker 法採用過去的資訊，以 1989TSO 的死亡率為參考標準，在想法上較接近貝氏(Bayesian)修勻法；核修勻則僅以原始的粗死亡率為依據，與國內現行的修勻法(例如 MWA 法)較為一致。但兩種方法都顯示相同的結果：年齡別死亡率並非等比例下降，由圖三中可明顯看出與 1989TSO 的死亡率比例不是一個定值，多數比例值在 0.8 以下(但似乎團體保險用 1989TSO 打八折較接近修勻的結果)。醫療進步與經濟繁榮雖然降低了死亡率，但每個年齡的改善幅度並不相同(15 歲附近反而有可能提高)，以相同折扣數的方式調整每個年齡的保費不恰當：過少的折扣對保戶不公平；過多的折扣可能引起偏差的選擇(Biased Selection)，對保險公司也會造成傷害。我們認為除非折扣數依照年齡來調整，否則無法反映死亡率的變化，但如此調整反不如重新編制經驗生命表來得實際。

另外，圖三中 Whittaker 法在 15 歲附近的年輕族群有較低的死亡率比例值；核修勻法在 50 歲附近的中壯年族群有較低的的比例值。因為核修勻較能反映八十至八十四年的原始資料特性，顯示近年來年輕族群死亡率的改善幅度較中壯年族群低。

除了探討死亡率造成的純保費差異外，本文也計算相對的保單紅利差額，結果附於表七；現行保單紅利計算公式如下：

$${}_t D_x^s = \{k_1 \times [r - i] \times {}_t \tilde{V}_x + k_2 \times (q_{x+t-1} - Q_{x+t-1}) \times ({}_t S_x - {}_t V_x)\}$$

其中

$r$ ：四家行庫（臺灣銀行、第一銀行、合作金庫、中央信託局）十二個月每月初牌告二年其「定即儲蓄存款最高年利率」計算之平均值，在本文中  $r = 6.49\%$ 。

$i$ ：保單之預定利率，在本文中  $i = 6.25\%$ 。

${}_t \tilde{V}_x$ ：指第  $t$  保單年度之期中保單價值準備金。

$${}_t \tilde{V}_x = ({}_{t-1} V_x + {}_t V_x) / 2, t \geq 1$$

${}_t S_x$ ：第  $t$  保單年度疾病死亡保障金額。

$q_{x+t-1}$ ：以 90% 之 89TSO 計算之死亡率。

$Q_{x+t-1}$ ：採最近五年經驗資料，本文根據財政部 86.12.23 台財保第 872685537 號函核定男性實際經驗死亡率為 89.15%之 89TSO

$k_1$ 、 $k_2$ ：皆等於 1

表七與純保費的計算結果類似，現行的計算方式在較年輕及年長的兩端超收的紅利比例均較高，其中以高年齡者更為顯著：例如對五十歲的保戶而言，扣除紅利之後，超收的純保費超過\$17,000（或是 14%以上）。這個結果與死亡率的改善一致，因為醫療等因素的進步對於老年人的影響較年輕人大（表三及表五的死亡率修勻可作為輔證）。預期未來老年人的死亡率將維持此一趨勢，如果將來的保費仍以 89TSO 打折的方式計算，對於年長保戶超收的純保費（無論是否扣除保單紅利）將更大，變成對老年人的懲罰。

## 四、結論與建議

本文使用兩種不同的修勻方法，針對台灣壽險八十至八十四觀察年度單一年齡男性 15 至 74 歲粗死亡率為基本資料作修勻，發現修勻得出的死亡率確實比 1989TSO 的數值低；其中除了 15 歲與 16 歲外，也比 90%1989TSO 之死亡率低，高齡者的死亡率甚至僅有 1989TSO 的 60%到 70%。再以修勻的死亡率為基礎計算純保費，與現行保費以 90%1989TSO 之死亡率作比較，發現目前保費除了 15 歲至 16 歲稍微偏低外，其他年齡之保費明顯過高（尤其對高齡的保戶更為明顯），對於保戶明顯不公平。根據本研究的修勻結果，因為每個死亡率的改善幅度不同，若要以精算原則講求純保費的公平性，重新編制反映現況的經驗生命表才是根本解決之道。

另外，在修勻方法的選擇方面，我們認為以往對於高齡部分之修勻多採參數修勻方法流於主觀，不見得能反映近年來的死亡率變化，建議採用無母數修勻方法（如 Kernel 或 Whittaker 修勻法），如此不但可保有原資料的特性，且兼顧平滑性及適度性，也可適度的代入過去的經驗。

因為電腦科技的進步，只要資料正確（所以建議各保險公司建立維修自己公司的保戶資料庫），修勻的工作不再需要耗費眾多人力與時間，一部個人電腦足以勝任。因此較具規模的保險公司可依據自己的保戶特性編制經驗生命表，保險公司會有更多空間發展獨特的商品，屆時費率自由化也就更為可行。而中華民國

壽險公會不需要再負責統一編制經驗生命表，可將人口物力用於其他方面，促進我國壽險業的發展。

表七：以 90% 之 1989TSO 與以 Whittaker( $w_x = n_x$ )、Kernel( $h = 1$ ) 死亡率修勻值計算定期壽險保單紅利之比較

| 投保年齡 | (Whittaker)<br>保單紅利之<br>折現值 | 扣除紅利之<br>差額 | 現行保費扣<br>除紅利後超<br>收的比率% | (Kernel)<br>保單紅利之<br>折現值 | 扣除紅利之<br>差額 | 現行保費扣<br>除紅利後超<br>收的比率% |
|------|-----------------------------|-------------|-------------------------|--------------------------|-------------|-------------------------|
| 20   | 3,934                       | 822         | 4.41                    | 3,934                    | 748         | 4.86                    |
| 21   | 3,950                       | 545         | 2.86                    | 3,950                    | 501         | 3.12                    |
| 22   | 3,968                       | 296         | 1.53                    | 3,968                    | 277         | 1.63                    |
| 23   | 3,991                       | 174         | 0.84                    | 3,991                    | 157         | 0.93                    |
| 24   | 4,018                       | 163         | 0.64                    | 4,018                    | 125         | 0.84                    |
| 25   | 4,049                       | 189         | 0.64                    | 4,049                    | 131         | 0.93                    |
| 26   | 4,085                       | 186         | 0.66                    | 4,085                    | 142         | 0.86                    |
| 27   | 4,125                       | 208         | 0.79                    | 4,125                    | 182         | 0.90                    |
| 28   | 4,170                       | 244         | 0.97                    | 4,170                    | 238         | 0.99                    |
| 29   | 4,217                       | 285         | 1.14                    | 4,217                    | 302         | 1.08                    |
| 30   | 4,268                       | 326         | 1.26                    | 4,268                    | 359         | 1.14                    |
| 31   | 4,322                       | 372         | 1.38                    | 4,322                    | 424         | 1.20                    |
| 32   | 4,379                       | 448         | 1.58                    | 4,379                    | 526         | 1.34                    |
| 33   | 4,440                       | 575         | 1.88                    | 4,440                    | 679         | 1.59                    |
| 34   | 4,505                       | 782         | 2.27                    | 4,505                    | 883         | 2.00                    |
| 35   | 4,575                       | 1,024       | 2.66                    | 4,575                    | 1,119       | 2.43                    |
| 36   | 4,651                       | 1,226       | 2.94                    | 4,651                    | 1,337       | 2.69                    |
| 37   | 4,733                       | 1,388       | 3.14                    | 4,733                    | 1,544       | 2.82                    |
| 38   | 4,822                       | 1,574       | 3.34                    | 4,822                    | 1,773       | 2.95                    |
| 39   | 4,920                       | 1,834       | 3.61                    | 4,920                    | 2,072       | 3.18                    |
| 40   | 5,027                       | 2,238       | 4.06                    | 5,027                    | 2,512       | 3.60                    |
| 41   | 5,143                       | 2,826       | 4.70                    | 5,143                    | 3,132       | 4.22                    |
| 42   | 5,270                       | 3,596       | 5.48                    | 5,270                    | 3,928       | 4.99                    |
| 43   | 5,408                       | 4,575       | 6.38                    | 5,408                    | 4,908       | 5.92                    |
| 44   | 5,559                       | 5,751       | 7.38                    | 5,559                    | 6,079       | 6.95                    |
| 45   | 5,723                       | 7,072       | 8.44                    | 5,723                    | 7,448       | 7.98                    |
| 46   | 5,901                       | 8,525       | 9.47                    | 5,901                    | 8,936       | 9.00                    |
| 47   | 6,095                       | 10,155      | 10.42                   | 6,095                    | 10,525      | 10.02                   |
| 48   | 6,305                       | 12,133      | 11.55                   | 6,305                    | 12,460      | 11.21                   |
| 49   | 6,532                       | 14,521      | 13.01                   | 6,532                    | 14,952      | 12.59                   |
| 50   | 6,777                       | 17,289      | 14.63                   | 6,777                    | 17,890      | 14.07                   |

## 參考文獻

- 1.內政部，「中華民國台閩地區人口統計」，民國 82 年、83 年
- 2.內政部統計處，中華民國 83 年台閩地區簡易生命表，民國 85 年 4 月
- 3.台北市人壽保險商業同業公會，「台灣壽險業個人壽險年度經驗死亡率及解約失效率研究報告（民國八十四觀察年度）」，民國 87 年 3 月。
- 4.余清祥，修勻：統計在保險上的應用，雙葉書廊，民國 86 年 9 月
- 5.余清祥，婚姻能延長壽命嗎？--台灣與美國的實證資料研究，壽險季刊，民國 87 年 3 月
- 6.李家泉，實用壽險數理，作者自版，民國 81 年 7 月
- 7.洪燦楠等，年金保險，保險事業發展中心，民國 85 年 12 月
- 8.張進成，壽險責任準備金相關問題之探討，逢甲大學統計與精算研究所碩士論文，民國 86 年 6 月
- 9.陳正祥、段紀憲，台灣人口，台銀季刊 4 卷 1 期，pp85~86，民國 40 年 3 月
- 10.藍雪川、陳啟崇，移動加權平均修勻方法之介紹，壽險季刊，民國 82 年 9 月
11. London, R.L. ,”Graduation：The Revision of Estimates”, ACTEX Publication , 1985.